$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{\dot{x}_0^2}{\omega^2}},\quad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{\dot{x}_0}{\omega x_0}.$$

Важно, что период не зависит от амплитуды.

ОСЦИЛЛЯТОР В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ:

$$m\ddot{z}=-kz+mg.$$

Те же колебания, но со смещением: равновесие $z_*=mg/k$.

ОСЦИЛЛЯТОР С ВЯЗКИМ ТРЕНИЕМ:

$$m\ddot{x}=-kx-c\dot{x}.$$

Назовем коэффициентом затухания число $\chi=c/2m$. Если $\chi<\omega$, то происходят затухающие колебания (рис. 68, *а*):

$$x=e^{-\chi t}(C_1\cos\Omega t+C_2\sin\Omega t),\ \Omega=\sqrt{\omega^2-\chi^2}.$$

Если $\chi>\omega$, то наблюдается апериодический режим (рис. 68, *б*).

ОСЦИЛЛЯТОР С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ:

$$m\ddot{x}=-kx+\Phi\cos\nu t.$$

Для выкладок (их мы опустим) удобно положить равными единице независимые параметры m, k, Φ. Результат: к гармоническим колебаниям $A\cos(\omega t+\varphi)$ прибавляются частные решения

$$\frac{\Phi}{k-m\nu^2}\cos\nu t \qquad (\nu\neq\omega),$$
$$\frac{\Phi\omega t}{2k}\sin\omega t \qquad (\nu=\omega),$$

так что

А) при $\nu\approx\omega$ возникают биения — колебания с частотой $(\omega+\nu)/2$ и амплитудой, меняющейся (рис. 69, *а*) с периодом

$$\tau=\frac{4\pi}{|\omega-\nu|},$$

максимум которой стремится к бесконечности при $\nu\to\omega$;

Б) если $\nu=\omega$, то получается раскачивание — колебания с амплитудой, растущей примерно линейно (рис. 69, *б*). Оба этих явления совокупно представляют собой так называемый

резонанс

(первая половина биения поначалу неотличима от раскачивания).

ОСЦИЛЛЯТОР С ВЯЗКИМ ТРЕНИЕМ И ПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ:

$$m\ddot{x}=-kx-c\dot{x}+\Phi\cos\nu t.$$

Этой важной задаче уделяется много внимания в курсах теории колебаний (причем в качестве периодического слагаемого в правой части берется, конечно, не только простейший косинус). Мы же ограничимся только указанием на то, что все движения стре-