векторным потенциалами поля **Ф**. Для гравитационного поля

$$\mathbf{F} = -f\frac{Mm}{r^3}\mathbf{r},$$
$$\mathbf{F} = -\operatorname{grad} V, \tag{3.1}$$
$$V = -\frac{fMm}{r}$$

(для памяти: здесь всюду стоят минусы). Нетрудно вычислить, что дивергенция этого поля равна нулю, откуда

$$\operatorname{div}\operatorname{grad} V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \equiv 0, \tag{3.2}$$

так что потенциал V есть гармоническая функция.

Легко заметить, что в качестве потенциала суммы двух векторных полей можно взять сумму потенциалов каждого. Отсюда вытекает, что потенциалы силовых полей удовлетворяют принципу суперпозиции. Следовательно, потенциал $V(\mathbf{r})$ гравитационного воздействия со стороны нескольких точек состоит из нескольких гармонических слагаемых вида:

$$-\frac{fM_\nu m}{r_\nu}, \quad r_\nu = |\overline{mM_\nu}|,$$

и потому является гармонической функцией везде, кроме самих этих точек, где потенциал обращается в $-\infty$. Если $\mathbf{r}\to\infty$, то $V(\mathbf{r})\to 0$. Аналогичными свойствами обладает

гравитационный потенциал тела.

Пусть в некоторой ограниченной области $\mathcal{D}$ имеется непрерывное распределение масс с плотностью $\delta(P)$, $P\in\mathcal{D}$. Обозначим через $dM(P)=\delta(P)\,d\tau$ массу бесконечно малого объема $d\tau$, окружающего точку P, и положим $\varrho=\overline{OP}$. Тогда

$$V(\mathbf{r}) = -fm\int_{\mathcal{D}}\frac{dM(P)}{|\mathbf{r}-\overline{OP}|} = -fm\int_{\mathcal{D}}\frac{dM}{|\mathbf{r}-\varrho|}. \tag{3.3}$$

Не вычисляя интеграла, покажем, что потенциал однородного ($\delta=\mathrm{const}$) шара радиуса R совпадает с потенциалом точки массы $M=\frac{4}{3}\pi R^3\delta$, помещенной в его центр (начало координат). Из симметрии распределения масс вытекает, что

$$V = fmV(M, R, r),$$

а П-теорема (параметры fm, M, R положительны и размерно независимы) приводит нас к выражению

$$V = f\frac{Mm}{R}U\left(\frac{r}{R}\right).$$

Положим $fm=M=R=1$. Нам осталось найти гармонические