Положительные параметры fm, M, a размерно независимы, так что для выкладок приравняем их к единице:

$$V = -\frac{1}{2r}\left[\frac{1+\mu}{\sqrt{1-\frac{2\cos\theta}{r}+\frac{1}{r^2}}}+\frac{1-\mu}{\sqrt{1+\frac{2\cos\theta}{r}+\frac{1}{r^2}}}\right]. \quad (3.8)$$

Для последующего разложения в ряд по степеням $1/r$ воспользуемся формулой Тейлора:

$$(1+\chi)^n = 1 + n\chi + \frac{n(n-1)}{2}\chi^2 + O(\chi^3);$$

при $n = -1/2$

$$(1+\chi)^{-1/2} = 1 - \frac{\chi}{2} + \frac{3}{8}\chi^2 + O(\chi^3),$$

где $O(\chi^3) \leqslant C\chi^3$ на любом отрезке $[\chi_1, \chi_2] \subset (-1, 1)$. В нашем случае для $r > R > 1$ получим

$$\left(1 \mp \frac{2\cos\theta}{r}+\frac{1}{r^2}\right)^{-1/2} =$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\left(\mp\frac{2\cos\theta}{r}+\frac{1}{r^2}\right) + \frac{3}{8}\left(\mp\frac{2\cos\theta}{r}+\frac{1}{r^2}\right)^2 + \ldots =$$

$$= 1 \mp \frac{\cos\theta}{r} + \frac{3\cos^2\theta - 1}{2r^2} + O\left(\frac{1}{r^3}\right)$$

и после подстановки в (3.8) придем к

$$V = -\frac{1}{r}\left(1 + \frac{\mu\cos\theta}{r} + \frac{3\cos\theta - 1}{2r^2}\right) + O\left(\frac{1}{r^4}\right).$$

В размерных переменных

$$V = -\frac{fMm}{r}\left(1 + \frac{\mu a}{MR}\cos\theta\frac{R}{r} + \frac{a^2}{R^2}\,\frac{3\cos^2\theta - 1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2\right) + O\left(\left(\frac{R}{r}\right)^4\right). \quad (3.9)$$

Это — частный вариант разложения (6), в котором

$$I_1 = \mu a/MR, \quad I_2 = a^2/R^2.$$

Ясно, что потенциал задачи двух центров может с принятой точностью (до членов порядка $(R/r)^4$) совпадать с потенциалом объемного тела только в том случае, если коэффициент I_2 у этого тела положителен: такое тело должно быть вытянуто. Но в действительности все планеты (кроме разве что некоторых астероидов) сжаты в результате собственного вращения, так что потенциал (7) в качестве приближения для них не пригоден. Зато используется

потенциал Гредеакса

(одна из работ Эве Гредеакса имеется в списке литературы; имя этого небесного механика стало известно благодаря Г. Н. Дубо-