

время образуют правый ортонормированный репер, в общем случае вращающийся. Обратно, если имеется (движущееся) твердое тело, то к нему можно жестко присоединить (подвижный) репер так, что в совокупности снова получится твердое тело. Обобщая, подвижную систему координат условимся мыслить как объемное твердое тело, в котором как бы нарисованы оси координат.

Будем считать, что в неподвижной и подвижной системах отсчета часы имеют одинаковые показания.

В каждое мгновение любой вектор Φ можно разложить и по неподвижному, и по подвижному реперу:

$$\Phi = \Phi_x e_x + \Phi_y e_y + \Phi_z e_z = \Phi_\xi e_\xi + \Phi_\eta e_\eta + \Phi_\zeta e_\zeta. \quad (4.7)$$

Если вектор $\Phi = \Phi(t)$, то могут быть вычислены его

$$\text{абсолютная производная: } \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi_x}{dt} e_x + \frac{d\Phi_y}{dt} e_y + \frac{d\Phi_z}{dt} e_z;$$

$$\text{относительная производная: } \frac{\delta\Phi}{\delta t} = \frac{d\Phi_\xi}{dt} e_\xi + \frac{d\Phi_\eta}{dt} e_\eta + \frac{d\Phi_\zeta}{dt} e_\zeta.$$

Эти два вектора связывает

ФОРМУЛА АБСОЛЮТНО-ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ:

$$\frac{d\Phi}{dt} = [\omega \times \Phi] + \frac{\delta\Phi}{\delta t}, \quad (4.8)$$

в которой $\omega(t)$ — угловая скорость подвижного репера e_ξ, e_η, e_ζ . Доказательство опирается на формулы Пуассона

$$\frac{de_\xi}{dt} = [\omega \times e_\xi], \quad \frac{de_\eta}{dt} = [\omega \times e_\eta], \quad \frac{de_\zeta}{dt} = [\omega \times e_\zeta], \quad (4.9)$$

легко вытекающие из (4) (в качестве точки P поочередно берутся концы векторов e_ξ, e_η, e_ζ). Дифференцируем тождество (7):

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{d\Phi_\xi}{dt} e_\xi + \frac{d\Phi_\eta}{dt} e_\eta + \frac{[d\Phi_\zeta]}{dt} e_\zeta + \\ &+ \Phi_\xi \frac{de_\xi}{dt} + \Phi_\eta \frac{de_\eta}{dt} + \Phi_\zeta \frac{de_\zeta}{dt} = \end{aligned}$$

(подставляем формулы Пуассона)

$$\begin{aligned} &= \frac{\delta\Phi}{\delta t} + \Phi_\xi [\omega \times e_\xi] + \Phi_\eta [\omega \times e_\eta] + \Phi_\zeta [\omega \times e_\zeta] = \\ &= \frac{\delta\Phi}{\delta t} + [\omega \times (\Phi_\xi e_\xi + \Phi_\eta e_\eta + \Phi_\zeta e_\zeta)], \end{aligned}$$

что и требовалось.

Угловую скорость подвижного репера принято раскладывать по нему самому:

$$\omega = p e_\xi + q e_\eta + r e_\zeta; \quad (4.10)$$