В свою очередь подвижная система координат, напомним, имеет угловую скорость $\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}$ относительно неподвижной. Покажем, что

$$\boldsymbol{\Omega}_{\text{абс}}=\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}+\boldsymbol{\Omega}_{\text{отн}}, \tag{4.15}$$

т. е. абсолютная угловая скорость равна сумме относительной и переносной (звучит аналогично (11)). Действительно, пусть P, Q — отмеченная и произвольная точки нашего тела $\mathscr{C}$. Тогда по формуле Эйлера

$$\mathbf{v}_Q^{\text{отн}}=\mathbf{v}_P^{\text{отн}}+[\boldsymbol{\Omega}_{\text{отн}}\times\overline{PQ}].$$

Кроме того,

$$\mathbf{v}_Q^{\text{пер}}=\mathbf{v}_A+[\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}\times\overline{AQ}]=\mathbf{v}_A+[\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}\times\overline{AP}]+[\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}\times\overline{PQ}].$$

В силу (11)

$$\mathbf{v}_Q^{\text{абс}}=\mathbf{v}_Q^{\text{пер}}+\mathbf{v}_Q^{\text{отн}}.$$

После подстановки сюда предшествующих формул получим

$$\mathbf{v}_Q^{\text{абс}}=\mathbf{u}+[(\boldsymbol{\Omega}_{\text{отн}}+\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}})\times\overline{PQ}],$$

и осталось сослаться на обращение формулы Эйлера.

Формула (15) вместе с частным выражением для угловой скорости (6) является важным средством вычисления угловых скоростей в задачах.

Коротко об угловых ускорениях. Продифференцируем (15):

$$\frac{d}{dt}\,\Omega_{\text{абс}}=\dot{\omega}_{\text{пер}}+\frac{\delta}{\delta t}\Omega_{\text{отн}}+[\omega_{\text{пер}}\times\Omega_{\text{отн}}]. \tag{4.16}$$

Смысл слагаемых ясен.

Формулы (11), (12), (15), (16) называются формулами сложения. Во всех формулах, относящихся к скоростям,— (11), (13), (15) — по два слагаемых, а относящихся к ускорениям — (12), (14), (16) — по три. При этом в формуле для ускорения есть два слагаемых, по смыслу аналогичных членам в формуле для скоростей, а третье слагаемое имеет вид «странного» векторного произведения.

В заключение покажем, как от векторных формул (11)—(16) перейти к соотношениям в координатах. Пусть $Q(t)$ — матрица перехода от репера $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ к реперу $\mathbf{e}_\xi$, $\mathbf{e}_\eta$, $\mathbf{e}_\zeta$ (по столбцам стоят координаты новых базисных векторов в старом базисе). Тогда формуле (7) можно придать вид

$$\begin{pmatrix}\Phi_x\\ \Phi_y\\ \Phi_z\end{pmatrix}=Q\begin{pmatrix}\Phi_\xi\\ \Phi_\eta\\ \Phi_\zeta\end{pmatrix}. \tag{4.17}$$

Если в формуле (10) мы обозначим $\overline{OA}=\mathbf{l}$, то

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}l_x\\ l_y\\ l_z\end{pmatrix}+Q\begin{pmatrix}\xi\\ \eta\\ \zeta\end{pmatrix}=Q\begin{pmatrix}l_\xi+\xi\\ l_\eta+\eta\\ l_\zeta+\zeta\end{pmatrix}. \tag{4.18}$$