

задает поверхность \mathfrak{M} , регулярную в каждой своей точке:

$$\text{grad } f|_{\mathfrak{M}} \neq 0.$$

Примем, что

- а) на точку действует сила F ;
- б) точка обязана оставаться на поверхности.

Будем внимательны: сейчас должен быть очерчен новый подход к описанию воздействий на точку. Если раньше мы считали своим долгом явно, при помощи формул указать все силы, то теперь одно из воздействий описываем его результатом: точка остается на поверхности, и все. Говорят, что на точку **наложена связь**.

Ясно, что теперь $m\ddot{\mathbf{r}} \neq F$, и определение движений нам придется давать заново. Примем следующие постулаты:

- А. Влияние связи сводится к появлению некоторой новой силы R (силы реакции связи), так что имеет место закон Ньютона:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = F + R.$$

(Ясно, что этого недостаточно. Подбирая неизвестную нам силу, можно реализовать любое движение на поверхности.)

- Б. Взаимодействие точки с поверхностью таково, что в силе R отсутствуют слагаемые вида $-c(\mathbf{v})\mathbf{v}$, т. е. не возникает сила сопротивления, сила трения; если говорить формально, то по определению сила $R \perp \mathfrak{M}$ (рис. 3). Это можно записать так:

$$R = \lambda \text{grad } f.$$

Система уравнений движения имеет вид

$$\begin{cases} m\ddot{x} = X + \lambda \frac{\partial f}{\partial x}, \\ m\ddot{y} = Y + \lambda \frac{\partial f}{\partial y}, \\ m\ddot{z} = Z + \lambda \frac{\partial f}{\partial z}, \\ f(x, y, z) = 0. \end{cases} \quad (5.3)$$

Надо искать четверки функций $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $\lambda(t)$, удовлетворяющие этой системе. Согласно определению силы реакции, она является эргодической, так как всегда ортогональна скорости. Если $F = -\text{grad } V(\mathbf{r})$, то движение по поверхности обладает интегралом энергии (2).

Аналогично можно рассмотреть

ДВИЖЕНИЕ ПО НЕПОДВИЖНОЙ НЕСЕРОХОВАТОЙ КРИВОЙ,

задав ее системой уравнений:

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = 0, \\ f_2(x, y, z) = 0, \end{cases}$$