пользовано наличие связи, тогда как (2) без уравнения $f=0$ имеет другой смысл: это интеграл энергии для свободной точки.

На примере кривой покажем теперь, как производить

УЧЕТ ТРЕНИЯ

в ситуации, когда есть основания полагать, что взаимодействие с кривой сопряжено с появлением дополнительной касательной силы. Итак, пусть $\mathbf{R}$ — сила, моделирующая воздействие кривой на точку. Для простоты будем считать кривую плоской. Тогда

$$m\ddot{s} = F_\tau + R_\tau, \quad m\dot{s}^2/\rho = F_\nu + R_\nu. \tag{5.8}$$

Сила $\mathbf{R}_\tau = R_\tau \mathbf{e}_\tau$ называется силой трения, сила $\mathbf{R}_\nu = R_\nu \mathbf{e}_\nu$ — силой нормального давления (рис. 4). Основными являются две модели. Во-первых,

вязкое трение:

кривая характеризуется коэффициентом $c(v)$, так что $\mathbf{R}_\tau = -c(v)\mathbf{v}$. Тогда сначала надо решать уравнение типа (5):

$$m\ddot{s} = F_\tau - c(\dot{s})\dot{s}, \tag{5.9}$$

после чего R_ν, если надо, вычисляется отдельно. Во-вторых,

сухое трение:

кривая характеризуется коэффициентом трения k так, что

$$v \equiv 0 \Leftrightarrow |F_\tau| \leqslant k|F_\nu|$$

(поскольку получается $\mathbf{F}+\mathbf{R}\equiv 0$, эквивалентно можно написать, что $|R_\tau| \leqslant k|R_\nu|$; вспомним школьную задачу про брусок на плоскости);

$$v \not\equiv 0 \Rightarrow \mathbf{R}_\tau = -k|R_\nu|\mathbf{v}/v;$$

следовательно, из (8)

$$m\ddot{s} = F_\tau - \operatorname{sign}\dot{s}\left|\frac{m\dot{s}^2}{\rho} - F_\nu\right|. \tag{5.10}$$

Уравнение (10) сложно; даже если сила $\mathbf{F}$ зависит только от положения s, правая часть все равно зависит от скорости, причем квадратичным образом — уравнение (10), вообще говоря, не линейно. Кроме того, правая часть (10) имеет разрыв при $\dot{s}=0$, так что решать (10) необходимо «по кускам»: отдельно для $\dot{s}>0$, $\dot{s}<0$. Правда, уравнение (10) можно свести к линейному (с переменными коэффициентами) уравнению для зависимости $v^2=f(s)$. В самом деле,

$$\ddot{s} = \frac{d\dot{s}}{dt} = \frac{d\dot{s}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}v = \frac{d}{ds}\left(\frac{v^2}{2}\right).$$

Аналитические трудности все равно остаются большими. Приведем задачу, которая иллюстрирует уравнение (9) и вместе с тем дает простой пример уравнения типа (10):

ВЕРТИКАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ С КВАДРАТИЧНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ.