

Чтобы не ограничиваться формальным ответом, дадим простой качественный комментарий. Предположим, что мы имеем шары одинаковых размеров (тогда, согласно примеру из темы 1, коэффициент λ у них один и тот же), но разных масс.

При бросании вниз скорость всегда стремится к пределу $-\sqrt{mg/\lambda}$, т. е. оба шара довольно скоро падают практически равномерно, но более тяжелый — быстрее.

Теперь допустим, что шары бросили вверх с одинаковыми скоростями. Преобразуем (14), исходя из разложения

$$\ln(1+z) = z - \frac{z^2}{2} + O(z^3).$$

Получим

$$h(\lambda) = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{\lambda v_0^4}{4mg^2} + O\left(\frac{\lambda^2 v_0^4}{m^2 g^2}\right).$$

При $\lambda=0$ эта формула дает высоту подъема в одном только поле тяжести, которая от массы не зависит. При $\lambda \neq 0$ (на практике λ довольно мал) относительное изменение высоты

$$\frac{h(\lambda) - h(0)}{h(0)} \approx -\frac{\lambda v_0^2}{2mg},$$

так что более тяжелый шар потеряет в высоте меньше.

Добавление к теме 5. ОБ ОДНОСТОРОННИХ СВЯЗЯХ

Поверхность делит пространство на две области. Из постановки конкретной задачи часто вытекает, что движущаяся точка может сойти с уровня $f=0$ (например, с поверхности твердого тела), но только в одну из них. Это можно записать в виде условия типа $f \geq 0$. Если вектор нормали направить в соответствующую сторону, то связь будет сохраняться, пока $R_n \geq 0$ (при этом точка как бы давит на поверхность).

Аналогичное замечание справедливо для плоской кривой.

Тема 6

ОДНОМЕРНЫЕ КОНСЕРВАТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

Мы будем рассматривать решения уравнения Ньютона

$$m\ddot{s} = F(\dot{s}, s, t) \quad (6.1)$$

в предположении, что имеет место интеграл энергии. Правую часть (1) считаем достаточно гладкой.

Теорема. Уравнение (1) имеет первый интеграл вида

$$H = \frac{m\dot{s}^2}{2} + V(s) \quad (6.2)$$

тогда и только тогда, когда