изменении $h$ область возможности движения $\mathfrak{M}^h$ тоже меняется, а когда $h$ проходит критическое значение $h^*$, то, вообще говоря, меняется число связных компонент у $\mathfrak{M}^h$.

Будем говорить, что точка $s_i=s(t_i)$ есть **точка остановки** (точка поворота) для движения $s(t)$, если $\dot{s}(t_i)=0$, и при этом

$$V'(s_i)\neq 0. \tag{6.4}$$

Заметим, что тогда $V(s_i)=h$, т. е. мы выходим на границу $\mathfrak{M}^h$. Разложим $s(t)$ в ряд Тейлора в окрестности $t_i$:

$$s(t)=s_i+\left(\frac{ds}{dt}\right)_{t=t_i}(t-t_i)+\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)_{t=t_i}\frac{(t-t_i)^2}{2}+O((t-t_i)^3),$$

и воспользуемся (3) с учетом (4):

$$s(t)=s_i-\frac{V'(s_i)}{m}\,\frac{(t-t_i)^2}{2}+O((t-t_i)^3).$$

При достаточно малых $t-t_i$ изменение $s(t)$ будет определяться вторым слагаемым. Таким образом, движение доходит до точки остановки (до границы $\mathfrak{M}^h$) и поворачивает назад (рис. 43).

Движение $s(t)$ однозначно определяется начальными условиями $s_0$, $\dot{s}_0$. Сейчас мы уже знаем, что если $\dot{s}_0=0$, то движение либо вечно останется в точке $s_0$ (при $V'(s_0)=0$), либо покинет эту точку (при $V'(s_0)\neq 0$) практически равноускоренно. Впредь будем считать $\dot{s}_0\neq 0$. Тогда $ds/dt$ сохраняет знак в течение некоторого интервала времени, и из интеграла энергии в области $V<h$ (строго меньше) получим

$$\frac{ds}{dt}=\pm\sqrt{\frac{2}{m}(h-V(s))}, \tag{6.5}$$

так что $s=s(t)$ — монотонная функция и имеет обратную $t=t(s)$. Ее можно найти:

$$\pm\frac{ds}{\sqrt{(2/m)(h-V(s))}}=dt,\ t-t_0=\pm\int_{s_0}^{s}\frac{ds}{\sqrt{2/m\,(h-V(s))}}. \tag{6.6}$$

Чтобы получить $s(t)$, нам надо проделать алгебраические действия, вычислить определенный интеграл и взять обратную функцию. Решение с помощью этих операций составляет

ИНТЕГРИРОВАНИЕ В КВАДРАТУРАХ,

которое, как правило, неисполнимо в элементарных функциях.

*Теорема.* **Пусть движение $s(t)$ с энергией $h$ происходит в потенциальной яме $[s_2(h),\ s_1(h)]$, причем $s_i$ — точки остановки: $V'(s_i)\neq 0$. Тогда $s(t)$ —**

**ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ,**

**т. е. $s(t+\tau)=s(t)$, где**

$$\tau(h)=2\int_{s_1(h)}^{s_2(h)}\frac{ds}{\sqrt{2/m\,(h-V(s))}}. \tag{6.7}$$

Это движение попеременно достигает $s_1$ и $s_2$.