*Доказательство.* Будем считать $\dot{s}_0>0$. Тогда в некотором интервале времени $\frac{ds}{dt}>0$, так что в (6) берем знак $+$. Неприятность в том, что при $s\to s_1$ подкоренное выражение стремится к бесконечности.

*Лемма Адамара.* Если $\chi(x)$ — гладкая функция, $\chi(0)=0$, то $\chi(x)=x\psi(x)$, причем $\psi(0)=\chi'(0)$. В самом деле,

$$\psi(x)=\int_0^1 \chi'(x\cdot t)\,dt \Rightarrow \chi(x)=\chi(x)-\chi(0)=$$

$$=\int_0^x \chi'(\xi)\,d\xi=\int_0^1 \chi'(xt)\,d(xt)=x\psi(x),$$

что и требовалось. В силу леммы

$$\frac{2}{m}(h-V(s))=(s-s_1)\psi(s),\quad \psi(s_1)=-\frac{2}{m}V'(s_1)\neq 0.$$

Следовательно,

$$t-t_0=\int_{s_0}^{s_1}\frac{ds}{\sqrt{|s-s_1||\psi(s)|}},$$

причем $\psi$ — ограниченная функция. Этот интеграл сходится, т. е. $t\to t_1$ при $s\to s_1$, и наоборот. Отсюда следует, что $s(t)$ придет в сколь угодно малую окрестность $s_1$, в то время как движение в некоторой конечной окрестности нами уже изучено: точка дойдет до $s_1$ и повернет назад (рис. 43). Потом она дойдет до $s_2$ и снова повернет назад. Через время

$$\tau=\int_{s_0}^{s_1}-\int_{s_1}^{s_2}+\int_{s_2}^{s_0}=2\int_{s_1}^{s_2}$$

точка снова будет в $s_0$ со скоростью $\dot{s}(\tau)>0$. Из интеграла энергии $\dot{s}(\tau)=\dot{s}(0)$. В итоге у движений $s(t-\tau)$, $s(t)$ начальные условия совпадают, т. е. и сами они совпадают по теореме единственности решения. Доказательство завершено.

Обратим внимание на точку минимума $\bar{s}$, заведомо имеющуюся внутри потенциальной ямы. При $h\to V(\bar{s})$ границы $s_i(h)$ стягиваются, и формула для $\tau(h)$ не позволяет понять поведение $\tau$.

Поэтому взамен (7) будет выведена

## ФОРМУЛА ЛИНДШТЕДТА.

Допустим, что $\bar{s}=0$ — точка невырожденного минимума:

$$V(0)=0,\quad V'(0)=0,\quad V''(0)=k>0.$$

Пусть $l$ — какой-либо параметр размерности длины. Положим

$$V'''(0)=\frac{k}{l}\gamma,\ V''''(0)=\frac{k}{l^2}\delta,$$