причем $\varphi(s_1)\neq 0$, если критическая точка невырождена, т. е. $V''(s_1)\neq 0$. Впрочем, это не обязательно. Видим, что

$$t-t_0=\int_{s_0}^{s}\frac{ds}{|s-s_1|\sqrt{|\varphi(s)|}},$$

т. е. интеграл расходится. Это значит, что $s(t)\to s_1$ при $t\to\infty$. Поскольку время допускает инверсию, существует движение $s^-(t)=s(-t)$ такое, что $s^-(t)\to s_1$ при $t\to-\infty$. Такое движение выходит из сколь угодно малой окрестности точки $s_1$, что указывает на неустойчивость имеющегося равновесия. Напротив, в окрестности точки минимума движение носит колебательный характер, т. е. устойчиво. Эти соображения легко довести до строгих доказательств.

Движения в $\mathfrak{M}^h$ типа $(-\infty, s_3)$ просто уходят в бесконечность.

## Тема 7

## ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ

Мы приступаем к изучению динамики систем материальных точек.

### СВОБОДНАЯ СИСТЕМА

считается заданной, когда в некоторой системе отсчета $(x, y, z, t)$ имеется $N$ точек с массами $m_i$ и радиусами-векторами $\mathbf{r}_i=x_i\mathbf{e}_x+y_i\mathbf{e}_y+z_i\mathbf{e}_z$, а движением системы называется всякий набор функций $\mathbf{r}_1(t)$, ..., $\mathbf{r}_N(t)$, удовлетворяющий заданным дифференциальным уравнениям вида

$$m_i\ddot{\mathbf{r}}_i=\mathbf{F}_i(\dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N, \mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, t), \quad i=1, \ldots, N. \tag{7.1}$$

Функция $\mathbf{F}_i=X_i\mathbf{e}_x+Y_i\mathbf{e}_y+Z_i\mathbf{e}_z$ называется силой, действующей на точку $m_i$. Условия существования, единственности и достаточной гладкости решений системы уравнений (1) считаются выполненными. На практике выражения $\mathbf{F}_i$ подбираются так, чтобы не слишком громоздко и вместе с тем возможно более точно учесть взаимодействия между точками и воздействия на них других объектов. За этой краткой формулировкой кроется следующее:

1) мы умеем достаточно точно отделять мысленно один движущийся объект от другого и распознавать различные типы взаимодействия между движущимися объектами; существуют объекты, размерами которых с достаточной точностью можно пренебречь (материальные точки);

2) существуют так называемые инерциальные системы отсчета, в которых с достаточной точностью можно считать, что материальная точка, не подвергающаяся никаким воздействиям, движется с нулевым ускорением (первый закон Ньютона);

3) материальные точки имеют измеряемую характеристику, называемую массой; суммарное воздействие на точку характеризуется силой $\mathbf{F}$ так, что $m\ddot{\mathbf{r}}=\mathbf{F}$ (второй и главный закон Ньютона);