4) движущаяся материальная точка может не только испытывать воздействие, но и сама воздействовать на другие тела и материальные точки; мы говорим, что имеется система материальных точек, если с достаточной точностью можно выделить взаимодействия между точками и заодно считать, что известно изменение состояния других воздействующих на них объектов с течением времени (т. е. эти объекты воздействию со стороны точек не подвергаются);

5) воздействия распространяются мгновенно: силы определяются тем, где находятся точки и какую имеют скорость именно в текущий момент времени.

В силу вышесказанного закон Ньютона для i-й точки получает вид (1).

Как уже отмечалось в теме 5, учет взаимодействий возможен не только в форме явного задания силы, но и в форме задания связей. Для нас это будут соотношения вида

$$f_\alpha(\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, t) = 0, \quad \alpha = 1, \ldots, m \tag{7.2}$$

(эти соотношения не включают скоростей точек системы и называются голономными связями; мы будем рассматривать только такие). Всегда предполагается, что связи функционально независимы, т. е. ранг матрицы Якоби

$$\operatorname{rang} \frac{\partial(f_1, \ldots, f_m)}{\partial(x_1, y_1, z_1, \ldots, x_N, y_N, z_N)} = m \Big|_{f_\alpha = 0}. \tag{7.3}$$

Говорят, что задана идеализированная механическая

СИСТЕМА СО СВЯЗЯМИ,

если имеется N точек с массами m_i и радиусами-векторами $\mathbf{r}_i$, заданы силы $\mathbf{F}_i(\dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N, \mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, t)$ и связи (2), удовлетворяющие (3); при этом набор функций $\mathbf{r}_1(t), \ldots, \mathbf{r}_N(t)$ называется **движением системы**, если он удовлетворяет связям и для него существуют такие функции $\lambda_1(t), \ldots, \lambda_m(t)$, что

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \sum_\alpha \lambda_\alpha \operatorname{grad}_i f_\alpha. \tag{7.4}$$

Вектор-функция

$$\mathbf{R}_{\alpha i} = \lambda_\alpha \operatorname{grad}_i f_\alpha = \lambda_\alpha \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_\alpha}{\partial x_i} \\ \dfrac{\partial f_\alpha}{\partial y_i} \\ \dfrac{\partial f_\alpha}{\partial z_i} \end{pmatrix} \tag{7.5}$$

называется реакцией на точку m_i связи $f_\alpha = 0$, а

$$\mathbf{R}_i = \sum_\alpha \mathbf{R}_{\alpha i}$$