называется суммарной реакцией связей, действующей на m_i. Таким образом, уравнения (7.4) имеют смысл законов Ньютона:

$$m_i\ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_i.$$

Можно сказать, что силы $\mathbf{R}_i$ нам известны не до конца. Хотя в принципе существует способ явно вычислить их как функции $\mathbf{r}_1, \ldots, \ldots, \mathbf{r}_N, \dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N, t$, основная идея развиваемого подхода состоит как раз в том, чтобы подольше обойтись без таких вычислений, и мы не раз убедимся в этом ниже.

Теперь следует объяснить, почему употребляется слово «идеализированная» или, что то же самое, почему выражение для $\mathbf{R}_i$ дано именно на основе (7.5), а не как-нибудь еще.

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРИНЯТЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ поясним на примерах.

1. Точка m_k обязана находиться на некоторой поверхности: связь —

$$f_\alpha(x_k, y_k, z_k) = 0,$$

а соответствующая сила реакции

$$\mathbf{R}_{\alpha k} = \lambda_\alpha \operatorname{grad}_k f_\alpha \tag{7.6}$$

ортогональна поверхности, так что при взаимодействии с ней точки m_k не возникает никакого трения.

2. Расстояние l_{ij} между двумя точками m_i, m_j постоянно (как в твердом теле): тогда связь имеет вид

$$f_\alpha = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 - l_{ij}^2 = 0,$$

откуда

$$\mathbf{R}_{\alpha i} = 2\lambda_\alpha \begin{pmatrix} x_i - x_j \\ y_i - y_j \\ z_i - z_j \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_{\alpha j} = 2\lambda_\alpha \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix}.$$

Получается, что

$$\mathbf{R}_{\alpha i} = -\mathbf{R}_{\alpha j} \parallel (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \tag{7.7}$$

Априори это не очевидно. Если мы представим себе, что связь реализована в виде нити, связывающей точки, то легко сможем согласиться, что вдоль нее на точки действуют противоположные силы натяжения. Нашей физической интуиции это не противоречит. Но если мы имеем настоящее, да еще неоднородное твердое тело, в котором точки удерживаются на постоянных расстояниях (причем приблизительно) отнюдь не нитями, то уверенность в свойстве (7) уменьшится. На деле согласие с (6) и (7) оправдывается не умозрительными размышлениями, а тем, что практическое применение концепции идеализированной системы хорошо показывает себя. Но и это применение имеет свои границы, о которых мы расскажем в разделе «динамика твердого тела».

Понятие идеализированной системы со связями есть обобщение понятия свободной системы. Уравнения Ньютона (1) и (4)