в себя (с учетом распределения масс) при некотором повороте или отражении, сохраняющим точку Q, то и эллипсоид инерции также окажется инвариантным. Отсюда —

правило симметрии

для определения главных направлений в точке Q (рис. 18):

1) плоскость симметрии есть главная (если через точку проходит плоскость симметрии тела, то один главный вектор ей перпендикулярен, а два других лежат в ее плоскости);

2) ось симметрии есть главная (если через точку Q проходит ось симметрии тела, то один из главных векторов направлен по ней).

Обычно моменты инерции тел вычисляются не дискретным суммированием, а интегрированием непрерывного распределения масс по объему.

Теорема Эйлера. Пусть

$$\mathbf{G}_Q = G\mathbf{e} + G'\mathbf{e}' + G''\mathbf{e}'' \text{ —}$$

момент в системе $Q\xi\eta\zeta$ всех внешних сил, действующих на твердое тело, а сама точка Q является либо началом инерциальной системы отсчета, либо центром масс тела. Тогда в каждый момент времени

$$A\frac{dp}{dt} + (C-B)qr = G,$$

$$B\frac{dq}{dt} + (A-C)rp = G',$$

$$C\frac{dr}{dt} + (B-A)pq = G'' \tag{9.6}$$

(уравнения Эйлера) и

$$\frac{dT_Q}{dt} = (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{G}_Q); \tag{9.7}$$

величины G, G', G'' могут зависеть, в частности, от ориентации тела и его угловой скорости.

Доказательство. Рассматривая репер $\mathbf{e}$, $\mathbf{e}'$, $\mathbf{e}''$ как подвижную систему координат, имеем

$$\frac{d\boldsymbol{\Lambda}_Q}{dt} = \frac{\delta\boldsymbol{\Lambda}_Q}{\delta t} + [\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\Lambda}_Q] = \mathbf{G}_Q,$$

$$A\dot{p}\mathbf{e} + B\dot{q}\mathbf{e}' + C\dot{r}\mathbf{e}'' + \begin{vmatrix} \mathbf{e} & p & Ap \\ \mathbf{e}' & q & Bq \\ \mathbf{e}'' & r & Cr \end{vmatrix} = G\mathbf{e} + G'\mathbf{e}' + G''\mathbf{e}''.$$

В проекции на $\mathbf{e}$, $\mathbf{e}'$, $\mathbf{e}''$ получаем уравнения Эйлера. Выражение для T_Q дифференцируется непосредственно.

ВРАЩЕНИЕ ТЕЛА ПО ИНЕРЦИИ