Положение тела определяется местонахождением его центра масс S и ориентацией главных центральных (т. е. построенных в центре масс) осей инерции тела $\mathbf{e}_s$, $\mathbf{e}_s'$, $\mathbf{e}_s''$ относительно осей инерциальной системы отсчета $Oxyz$. Из общих теорем об изменении импульса и кинетического момента вытекает, что

$$M\ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{\Phi}, \tag{9.11}$$

$$\frac{d\mathbf{\Lambda}_S}{dt} = \mathbf{G}_S, \tag{9.12}$$

где $\mathbf{\Phi} = \Sigma\mathcal{F}$, $\mathbf{G}_S = \Sigma[\boldsymbol{\rho}\times\mathcal{F}]$. Это — динамические уравнения движения тела, второе из которых может оказаться частным случаем уравнения для чистых вращений, рассмотренных выше, при условии, что момент $\mathbf{G}_S$ не зависит от положения S. Если сумма всех внешних сил $\mathbf{\Phi}$ в свою очередь не зависит от ориентации тела, то центр S движется как материальная точка, а вращение вокруг него происходит независимо.

Теореме об изменении кинетической энергии удобно придать слегка модифицированный вид. Справедливы формулы

$$1)\ T = \frac{M\dot{\mathbf{s}}^2}{2} + T_S, \tag{9.13}$$

$$2)\ \frac{dT}{dt} = (\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{\Phi}) + (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{G}_S). \tag{9.14}$$

В силу (11) и (7) доказывать надо только первую из них:

$$T = \frac{1}{2}\sum m(\dot{\mathbf{s}} + [\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho}])^2 = \frac{1}{2}M\dot{\mathbf{s}}^2 + \frac{1}{2}\sum m[\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho}]^2 + \underline{(\dot{\mathbf{s}}, [\boldsymbol{\omega}\times\Sigma m\boldsymbol{\rho}])};$$

подчеркнутое слагаемое равно нулю.

Аналогично

$$\mathbf{\Lambda}_Q = M[\mathbf{s}\times\dot{\mathbf{s}}] + \mathbf{\Lambda}_S.$$

(Вернемся ненадолго к вращениям. Пусть $Q = O$. Тогда

$$\mathbf{\Lambda}_Q = M[\mathbf{s}\times[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{s}]] + \mathbf{\Lambda}_S,$$

$$T = \frac{1}{2}(\mathbf{\Lambda}_Q, \boldsymbol{\omega}) = \frac{M}{2}[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{s}]^2 + T_S(\boldsymbol{\omega}),$$

и в силу (4) имеет место формула Гюйгенса—Штейнера:

$$I_Q(\mathbf{f}) = Md^2 + I_S(\mathbf{f}),$$

где $d = |\mathbf{f}\times QS|$ — расстояние между осями $Q\mathbf{f}$ и $S\mathbf{f}$. Таким образом, $I_S(\mathbf{f})$ является минимальным среди всех $I_Q(\mathbf{f})$. Формула Гюйгенса—Штейнера полезна при решении конкретных задач).

Может статься, что нам придется рассматривать движение одного и того же тела в разных ситуациях, когда на него действуют разные системы сил. Легко видеть, что движение будет одним и тем же, если у обеих систем во всех положениях один и тот же вектор $\mathbf{\Phi}$ (сумма всех сил) и одинаковые суммарные моменты