$\mathbf{G}_S$ относительно центра масс. Более того, проверить равенство моментов можно не только относительно центра масс, но и относительно любой точки A, так как

$$\mathbf{G}_A = \sum [(\overline{AS} + \rho)\times\mathcal{F}] = [\overline{AS}\times\mathbf{\Phi}] + \mathbf{G}_S,$$

$$\mathbf{G}_A = \mathbf{G}_S + [\mathbf{\Phi}\times\overline{SA}],$$

так что G_A выражается через $\mathbf{G}_S$, $\mathbf{\Phi}$, $\overline{SA}$ (и наоборот). Последняя формула аналогична формуле Эйлера:

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_S + [\omega\times\overline{S}A].$$

Это наводит на мысль придать теореме об изменении кинетической энергии твердого тела еще одну форму:

$$\frac{dT}{dt} = (\mathbf{\Phi}, \mathbf{v}_A) + (\mathbf{G}_A, \omega). \tag{9.15}$$

Доказательство очевидно. Вычисление $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{G}_A$ называется приведением сил к точке A. Иногда просто говорят, что на тело действует сила $\mathbf{\Phi}$ и момент $\mathbf{G}_A$.

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТРЕНИИ

Допустим, что тело с достаточно регулярной поверхностью движется (катится с проскальзыванием) по некоторой неподвижной опоре, чья поверхность также достаточно регулярна; например бильярдный шар катится по столу. В месте соприкосновения тела и опоры оба, реально говоря, деформируются, несколько стираются, нагреваются и так далее. Учесть точно все эти феномены невозможно, поэтому примем модельный подход, согласно которому

а) движущееся тело и опора не деформируются и, следовательно, касаются только в одной точке;

б) вместе с тем в результате взаимодействия на тело действуют некоторые силы, при приведении к точке касания P имеющие сумму $\mathbf{R}$ и момент $\mathbf{M}_P$ (рис. 21).

Дальнейшее уточнение модели состоит в задании $\mathbf{R}$ и $\mathbf{M}_P$ некоторыми формулами:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{v}_P, \omega, \ldots), \quad \mathbf{M}_P = \mathbf{M}_P(\mathbf{v}_P, \omega, \ldots),$$

где $\mathbf{v}_P$ — скорость той точки тела, которая в данный момент времени осуществляет соприкосновение с опорой.

Пусть $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности опоры в точке P. Сила $\mathbf{R}_n = (\mathbf{R}, \mathbf{n})\mathbf{n}$ называется нормальным давлением, сила $\mathbf{R}_\tau = \mathbf{R} - \mathbf{R}_n$, лежащая в касательной плоскости, называется силой трения. Момент $\mathbf{M}_n = (\mathbf{M}_P, \mathbf{n})\mathbf{n}$ называется моментом трения верчения, момент $\mathbf{M}_\tau = \mathbf{M} - \mathbf{M}_n$, лежащий в касательной плоскости, — моментом трения качения. Относительно функций $\mathbf{R}$, $\mathbf{M}_P$ в общем случае можно утверждать, что

$$(\mathbf{R}, \mathbf{v}_P) + (\mathbf{M}_P, \omega) \leqslant 0,$$