т. е. силы трения вносят, вообще говоря, отрицательный вклад в изменение кинетической энергии (и энергии полной).

Если трактовать катящееся твердое тело как идеализированную систему, то силы взаимодействия с неподвижной поверхностью не оказывают влияния на изменение энергии. Это вытекает из теоремы 1 темы 8. Таким образом, написанное только что неравенство превращается в равенство. При этом вполне возможно, что сила трения $\mathbf{R}_\tau \neq 0$. В самом деле, влияние ее нейтрализовано тем, что $\mathbf{v}_P = 0$ (качение без проскальзывания).

Продолжим описание сил взаимодействия. Примем, что

$$\mathbf{v}_P \neq 0 \Rightarrow \mathbf{M}_P = 0$$

(при нулевом проскальзывании моментом можно пренебречь).

Довольно просто описывается модель вязкого трения:

$$\mathbf{R}_\tau = -C\mathbf{v}_P\ ,\ \mathbf{M}_P \equiv 0, \tag{9.16}$$

где коэффициент C может зависеть и от места и от самой скорости $\mathbf{v}_P$.

Практически это единственная модель, в которой $\mathbf{R}$, $\mathbf{M}^P$ описываются гладкими функциями. В динамике точки мы уже имели дело с сухим трением, при котором уравнения движения получались кусочно-гладкими. В динамике твердого тела соответственно принимается, что поверхность характеризуется коэффициентом трения скольжения k (для простоты — постоянным) так, что

$$\mathbf{v}_P \neq 0 \Rightarrow \mathbf{R}_\tau = -k|\mathbf{R}_n|\frac{\mathbf{v}_P}{v_P}, \quad \mathbf{M}_P = 0. \tag{9.17}$$

Ненулевой момент $\mathbf{M}_P$ возникает только при чистом качении: $\mathbf{v}_P \equiv 0$. В принципе выражение для него должно учитывать форму тела и поверхности и взаимное расположение их относительно друг друга. Это громоздко и практически не интересно. Поэтому мы ограничимся случаем качения шара радиуса r по плоскости или сферической поверхности. Пусть $\boldsymbol{\omega}_\tau = \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{n})\mathbf{n}$ — касательная составляющая угловой скорости шара: поверхность характеризуется еще и коэффициентом трения качения $\varkappa$ так, что

$$\mathbf{v}_P \equiv 0,\ \boldsymbol{\omega}_\tau \neq 0 \Rightarrow |\mathbf{R}_\tau| \leqslant k|\mathbf{R}_n|,\ \mathbf{M}_P = -\varkappa r|\mathbf{R}_n|\frac{\boldsymbol{\omega}_\tau}{|\boldsymbol{\omega}_\tau|}. \tag{9.18}$$

При $\boldsymbol{\omega}_\tau = 0$ возникает только трение верчения, но это неинтересный случай. Трение верчения можно внести и в (18). Дальнейшие усложнения возможны такие: коэффициенты k и $\varkappa$ могут не быть постоянными, коэффициент k в (17) может быть не равен (быть больше) k в (18) и так далее. Однако и простейшая модель сухого трения уже достаточно сложна.

Аналогично эта модель строится для плоских движений осесимметричных тел (например, для качения диска по кривой). При этом вектор $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_\tau$ перпендикулярен плоскости движения.

ПРИВЕДЕНИЕ СИЛ ИНЕРЦИИ

Допустим, что система отсчета $Oxyz$ не является инерциальной.