$$\Pi_c''' = K\lambda(\lambda+1)\rho^{-\lambda-2},$$

$$\Pi_c'''' = -K\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)\rho^{-\lambda-3}.$$

Уравнение (23) приобретает вид

$$\rho_* + K\rho_*^{-\lambda} = 0,$$

так что в критической точке

$$\Pi_c'' = 1+\lambda,\ \Pi_c''' = -\frac{\lambda(1+\lambda)}{\rho_*},\ \Pi_c'''' = \frac{\lambda(1+\lambda)(2+\lambda)}{\rho_*^2}.$$

В итоге

$$5\Pi_c'''^2 - 3\Pi_c''\Pi_c'''' = 0,$$

$$5\lambda^2(\lambda+1)^2 - 3\lambda(1+\lambda)^2(\lambda+2) = 0,$$

откуда

$$\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = -1$$

$$W_1' = K,\ W_2' = K\rho^{-3},\ W_3' = K\rho,$$

$$W_1 = K\rho,\ W_2 = -\frac{K}{2}\rho^{-2},\ W_3 = \frac{K}{2}\rho^2,$$

$$V_1 = \frac{K}{r},\ V_2 = -\frac{K}{2}r^2,\ V_3 = \frac{K}{2r^2},$$

что и требовалось. Определить знаки K, при которых существуют нетривиальные финитные движения, не составляет труда. В случае V_3 они вообще невозможны.

Детально обсудив задачу двух тел в классическом варианте, когда размерами их пренебрегают, мы теперь сделаем несколько шагов по пути ее обобщения, а именно предположим, что размерами одного из тел пренебречь нельзя.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ «ТЕЛО—ТОЧКА»

В инерциальной системе отсчета $Oxyz$ рассматривается гравитационное взаимодействие твердого тела массы M (с центром масс в точке S) и материальной точки P массы μ. Пусть A — общий центр масс системы $OS = \mathbf{s}$, $OP = \mathbf{d}$, $AS = \boldsymbol{\sigma}$, $AP = \boldsymbol{\delta}$:

$$OA = (M\mathbf{s} + \mu\mathbf{d})/(M+\mu).$$

При малом μ/M точка A почти совпадает с S (рис. 26). Тело действует на точку с силой $\mathbf{F}$, а воздействие точки на тело приводится к суммарной силе $\boldsymbol{\Phi}$ и моменту $\mathbf{G}_S$. Уравнения движения системы «тело—точка» имеют вид

$$M\ddot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\Phi},\ \frac{d\boldsymbol{\Lambda}_S}{dt} = \mathbf{G}_S,\ \mu\ddot{\mathbf{d}} = \mathbf{F}.$$