

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{r} \sum m \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2}{r} (\boldsymbol{\rho}, \mathbf{e}_r) + \frac{\rho^2}{r^2} \right) + \frac{3}{8} 4 \frac{(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{e}_r)^2}{r^2} + \dots \right] = \\
&\text{(поскольку } \sum m \boldsymbol{\rho} = 0, \sum m = 1) \\
&= \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{2r^2} \sum m (-\rho^2 + 3(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{e}_r)^2) \right) + \dots = \\
&= \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{r^2} \left[ \sum m \rho^2 - \frac{3}{2} \sum m (\rho^2 - (\boldsymbol{\rho}, \mathbf{e}_r)^2) \right] \right) + \dots = \\
&\text{(вспомним моменты инерции: (9.4) и (9.21))} \\
&= \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{r^2} \left( I(S) - \frac{3}{2} I_S(\mathbf{e}_r) \right) \right) + \dots
\end{aligned}$$

Учитывая, что (см. (9.5))

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1, \quad I_S(\mathbf{e}_r) = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2,$$

в общем виде получаем

$$\begin{aligned}
V = -\frac{fM\mu}{r} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{B+C-2A}{MR^2} \alpha^2 + \frac{C+A-2B}{MR^2} \beta^2 + \right. \right. \\
\left. \left. + \frac{A+B-2C}{MR^2} \gamma^2 \right) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right] + O \left( \left( \frac{R}{r} \right)^4 \right).
\end{aligned}$$

В частности, если  $A=B$  (например, когда тело имеет ось симметрии  $\mathbf{e}''$ ) и  $\theta$  — угол между  $\mathbf{e}''$  и  $\mathbf{e}_r$ , то

$$\begin{aligned}
\gamma = \cos \theta, \quad \alpha^2 + \beta^2 = \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta, \\
V = -\frac{fM\mu}{r} \left( 1 + \frac{A-C}{MR^2} \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2} \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right) + \dots,
\end{aligned}$$

так что в разложении (3.6)

$$I_1 = 0, \quad I_2 = \frac{A-C}{MR^2}.$$

Потенциал  $V$  представлен у нас в виде

$$V = V(r, \alpha, \beta, \gamma) = V \left( r, \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \right).$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} = \alpha, \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} = \beta, \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} = \gamma,$$

получаем дифференцированием  $V$  по  $x, y, z$  силу

$$\begin{aligned}
\mathbf{F} = - \left( \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{r} \left( \frac{\partial V}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial V}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial V}{\partial \gamma} \gamma \right) \right) \mathbf{e}_r - \\
- \frac{1}{r} \left( \frac{\partial V}{\partial \alpha} \mathbf{e} + \frac{\partial V}{\partial \beta} \mathbf{e}' + \frac{\partial V}{\partial \gamma} \mathbf{e}'' \right).
\end{aligned}$$