2. Если $\frac{\partial L}{\partial q_k} \equiv 0$ (тогда координата q_k называется игнорируемой, или циклической, в системе переменных $q_1, \ldots, q_n$), то имеет место **кинестенический интеграл**:

$$p_k(\dot{q}, q, t) = c = \text{const},$$

который называется также интегралом обобщенного импульса или циклическим интегралом. Действительно, в силу центральной леммы сразу

$$\frac{d^X}{dt} p_k = \frac{\partial L}{\partial q_k} \equiv 0.$$

В случае обобщенно-натуральных систем условия $\frac{\partial L}{\partial t} \equiv 0$ или $\frac{\partial L}{\partial q_k} \equiv 0$ равносильны тому, что все коэффициенты a_{ij}, f_i, V не зависят от соответствующей переменной. Следует обратить внимание на структуру интегралов в этом случае:

$$p_k = \sum_j a_{kj}\dot{q}_j + f_k \tag{11.55}$$

линеен по скоростям, а

$$H = \sum_i \left(\sum_j a_{ij}\dot{q}_j + f_i\right)\dot{q}_i - \frac{1}{2}\sum_{i,j} a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j - \\ - \sum_i f_i\dot{q}_i + V = \frac{1}{2}\sum_{i,j} a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j + V \tag{11.56}$$

квадратичен по скоростям, причем его выражение никак не зависит от линейных членов $\Sigma f_i \dot{q}_i$ в лагранжиане. Это важно само по себе, и, кроме того, объясняет, почему мы говорим интеграл «типа» энергии: если $L = \bar{T} - \bar{V}$ (39) содержит линейные члены или даже только слагаемое a из (48), то H не совпадает с полной энергией $T+V$ (на месте V в (56) имеем $\bar{V} - a$).

Тема 12
ЛИНЕАРИЗАЦИЯ

Начнем с классической натуральной системы. Из ее уравнений движения (11.51) видно, что состояние равновесия

$$q(t) \equiv q_*,$$

возможно тогда и только тогда, когда (ср. с темой 5)

$$\left.\frac{\partial V}{\partial q_i}\right|_{q^*} = 0. \tag{12.1}$$

Не уменьшая общности, можем считать $q_* = 0$.