по времени, — не должны зависеть от $\dot{q}$. Отсюда

$$W=W_0(q,\ t)+\sum_i W_i(q,\ t)\,\dot{q}_i.$$

В частности, силы называются просто потенциальными, когда

$$Q_i=-\frac{\partial V}{\partial q_i},\quad V=V(q,t). \tag{14.10}$$

Заметим, что в силу ковекторного правила преобразования свойство обобщенной потенциальности (простой потенциальности) не зависит от выбора переменных и сохраняется после наложения связей. Обобщенный потенциал определен с точностью до прибавления полной производной $df(q,\ t)/dt$ и выдерживает любые замены переменных.

Пример 1. Сила Лоренца, действующая на заряд в электромагнитном поле, обобщенно потенциальна. Более подробно,

$$\mathbf{F}=q\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\right),$$

где напряженность электрического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},\ t)$ и индукция магнитного поля $\mathbf{B}(\mathbf{r},\ t)$ в силу уравнений Максвелла даются формулами:

$$\mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A},\ \ \mathbf{E}=-\operatorname{grad}\varphi-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t},$$

где $\varphi(\mathbf{r},\ t)$, $\mathbf{A}(\mathbf{r},\ t)$ — скалярный и векторный потенциалы. Покажем, что обобщенный потенциал силы Лоренца имеет вид

$$W=q\left[\varphi-\frac{1}{c}(\mathbf{v},\ \mathbf{A})\right]=q\varphi(x,y,z,t)-$$
$$-(q/c)(\dot{x}A_x+\dot{y}A_y+\dot{z}A_z). \tag{14.11}$$

В самом деле, ее первая компонента

$$X=qE_x+\frac{q}{c}(\dot{y}B_z-\dot{z}B_y)=$$
$$=q\left[-\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{1}{c}\frac{\partial A_x}{\partial t}+\frac{1}{c}\left(-\frac{\partial A_x}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\dot{y}+\frac{1}{c}\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z}\right)\dot{z}\right].$$

Осталось сравнить с (11.21) и (11.22).

В частности, для $\mathbf{E}=0$ и $\mathbf{B}=\mathrm{B}\mathbf{e}_z=\mathrm{const}$

$$W=-\frac{qB}{2c}(x\dot{y}-y\dot{x})=-\frac{qB}{2c}r^2\dot{\varphi}. \tag{14.12}$$

Впрочем, в качестве обобщенного потенциала можно взять также

$$W=\frac{qB}{c}\dot{x}y. \tag{14.13}$$

Эти варианты отличаются на $\frac{d}{dt}(xy)$ с множителем.

Пример 2. Силы инерции, действующие на точку в неинерциальной системе координат, обобщенно потенциальны.