В случае плоских движений (пусть в плоскости Oxy) вводится абсолютный угол φ поворота твердого тела от некоторого неподвижного направления; угол φ отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть навстречу вектору $\mathbf{e}_z$. Тогда

$$\omega = \dot{\varphi}\mathbf{e}_z, \quad \Lambda_S = I\dot{\varphi}\mathbf{e}_z, \quad T = \frac{M\dot{s}^2}{2} + \frac{I\dot{\varphi}^2}{2}.$$

Величина $I=C$ для обруча радиуса a, диска радиуса a и палочки длины $2a$ равна соответственно

$$Ma^2, \quad \frac{Ma^2}{2}, \quad \frac{Ma^2}{3}. \tag{15.4}$$

Разумеется, все они предполагаются однородными.

УДОБНЫЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПОДВИЖНЫЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

При решении задач со сложной кинематикой полезно принимать подвижные системы координат $A\xi\eta\zeta$ с целью получить компактные разложения тех или иных векторных величин: скоростей и ускорений отдельных точек системы, угловых ускорений и скоростей тела, кинетических моментов, сил и моментов сил (укажем, например, на применение осей Кенига или подвижного репера главных направлений твердого тела с неподвижной точкой). Полезно сделать выбор подвижной системы координат осознанно, другими словами, применять такую методику обращения с чертежом, которая как бы сама собой приводила бы к удобной системе координат, т. е. учитывала бы взаимное разложение частей механической системы, ее характерные черты свойства симметрии и т. д.

Принцип явно важных точек.

Подвижную систему координат надо вводить таким образом, чтобы в ней

точки соприкосновения тел,

центры масс (геометрические центры) тел,

точки приложения сил

имели возможно более простые траектории. При этом желательно, чтобы оси двигались также по возможности просто.

Проиллюстрируем этот подход на ряде конкретных задач.

Задача 1. Шар радиуса r катится по дну и стенке круглого цилиндрического стакана радиуса $\rho+r$. Скорость его центра постоянна и по модулю равна v. Определить ускорение верхней точки шара N (рис. 35).

Явно важные точки здесь — это центр шара S и места соприкосновения с дном и стенкой стакана P и Q. Эти точки будут неподвижны в системе координат $A\xi\eta\zeta$, вращающейся вокруг оси $A\zeta$, совпадающей с осью цилиндра, причем расположение их получится особенно простым, если мы начало A поместим на дне стакана, а ось $A\xi$ направим в точку P. Тогда скорость центра шара

$$\mathbf{v}_S = v\mathbf{e}_\eta, \tag{15.5}$$