угловая скорость системы координат

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}} = \frac{v}{\rho}\mathbf{e}_\zeta .$$

Мгновенная ось вращения шара проходит через точки P и Q, которые мгновенно-неподвижны. Следовательно, абсолютная угловая скорость шара

$$\boldsymbol{\Omega} = \Omega\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathbf{e}_\zeta - \frac{1}{\sqrt{2}}\,\mathbf{e}_\zeta\right).$$

Скорость центра вычислим еще одним способом:

$$\mathbf{v}_S = [\boldsymbol{\Omega} \times \overline{PS}] = \frac{\Omega r}{\sqrt{2}}\,[(-\mathbf{e}_\zeta - \mathbf{e}_\xi)\times\mathbf{e}_\zeta] = \frac{\Omega r}{\sqrt{2}}\,\mathbf{e}_\eta .$$

Сопоставив с (5), получаем

$$\Omega = \frac{\sqrt{2}\,v}{r}.$$

Угловое ускорение шара

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = -\frac{\Omega}{\sqrt{2}}\,[\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}\times\mathbf{e}_\xi] = -\frac{v^2}{r\rho}\,\mathbf{e}_\eta .$$

Ускорение центра

$$\mathbf{a}_S = -\frac{v^2}{\rho}\,\mathbf{e}_\xi .$$

Ускорение верхней точки определяем по формуле Ривальса:

$$\mathbf{a}_N = \mathbf{a}_S + [\boldsymbol{\varepsilon} \times \overline{SN}] + [\boldsymbol{\Omega} \times [\boldsymbol{\Omega}\times\overline{SN}]],$$

в которой $\overline{SN} = r\mathbf{e}_\zeta$. Получим ответ:

$$\mathbf{a}_N = -v^2\left(\frac{2}{\rho} - \frac{1}{r}\right)\mathbf{e}_\xi - \frac{v^2}{r}\,\mathbf{e}_\zeta .$$

Использование подвижного репера оказалось целесообразным несмотря на то, что формулами сложения скоростей или ускорений мы не пользовались ни разу.

Задача 2. Однородный брусок сечением $2l\times 2h$ лежит на неподвижном бревне радиуса r вдоль верхней образующей. При каком условии это равновесие будет устойчиво?

Изобразим брусок в отклоненном положении (рис. 36). Угол отклонения обозначим φ. Мы должны получить условие того, что потенциальная энергия $V(\varphi)$ имеет минимум в точке $\varphi = 0$. Для вычисления потенциальной энергии введем подвижную систему координат. Явно важными точками (в сечении) являются центр бруска S, точка P соприкосновения его с бревном и центр окружности O. Поместим начало A в точку O, а ось $O\eta$ направим в точку P. Тогда точки O и P в системе $O\xi\eta\zeta$ неподвижны, а точка S движется параллельно оси $O\xi$, направленной вправо—вверх.