В этой системе координат брусок движется вправо, а бревно вращается по часовой стрелке. Оба тела соприкасаются в точке P, причем относительного проскальзывания нет. Приравнивая скорости соприкасающихся точек, имеем

$$\dot{s}\mathbf{e}_\xi = r\dot{\varphi}\mathbf{e}_\xi,$$

откуда с учетом условия задачи расстояние от S до $O\eta$

$$s = r\varphi$$

(хотелось бы настоять на том, что получение связей такого сорта — когда есть качение — должно вестись из кинематических соображений: приравнивание дуги отрезку, вполне очевидное в этой задаче, в более сложных случаях, как показывает опыт, неизбежно ведет к ошибкам). Теперь

$$V = mg\,(\overline{OS}, \mathbf{e}_y) = mg\,((r+h)\,\mathbf{e}_\eta + s\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_y) =$$
$$= (r+h)\cos\varphi + r\varphi\sin\varphi.$$

Разлагая в ряд Тейлора с точностью до членов третьего порядка малости, имеем

$$V = (r+h)\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) + r\varphi^2 = \mathrm{const} + (r-h)\frac{\varphi^2}{2}.$$

Вывод: должно быть $r > h$. При противоположном знаке неравенства будем иметь неустойчивость в первом приближении.

Задача 3. В вертикальной плоскости движется однородный обруч, на который намотана невесомая нить; конец ее закреплен на потолке. Обруч зафиксировали так, что нить натянута вертикально, и отпустили. Определить, будет ли нить отклоняться от вертикали в последующем движении.

Положение системы в плоскости можно задать двумя определяющими координатами: длиной смотавшейся нити s и углом α отклонения ее от вертикали. Для вычисления кинетической и потенциальной энергии системы применим подвижную систему координат. Явно важными точками являются: центр обруча S, точка касания P нити с обручем, точка A закрепления нити. Отметим эти точки на чертеже (рис. 37). Если мы оси направим по PS, PA, то в полученной системе координат все точки будут неподвижны. Однако движение самой системы не очень просто: и начало движется, и оси вращаются. Выберем такую, у которой начало неподвижно. Для этого поместим начало в точке A, а ось $A\xi$ направим по AP. В этой системе координат точка A неподвижна, а точки P и S движутся по оси $A\xi$ и по параллельной прямой соответственно. Конечно, это — простые траектории. Ось $A\eta$ направим вправо — вверх. Угловая скорость системы координат

$$\omega_{\text{пер}} = \dot{\alpha}\mathbf{e}_\zeta, \tag{15.6}$$

где $\mathbf{e}_\zeta = \mathbf{e}_z$ — вектор, ортогональный плоскости движения.

Вычислим скорость центра обруча, разложив ее на относитель-