

надо подставить изохронные дифференциалы функции \mathbf{r}_v и собрать коэффициенты при δq_i :

$$\delta \mathbf{r}_v = \frac{\partial \mathbf{r}_v}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial \mathbf{r}_v}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial \mathbf{r}_v}{\partial q_n} \delta q_n. \quad (15.26)$$

В нашем случае выражение изохронных дифференциалов такое же, как и скоростей (ср. с (11)). Теперь вспомним теорему об изменении кинетической энергии:

$$\frac{dT}{dt} = \Sigma (\mathbf{F}_v, \dot{\mathbf{r}}_v).$$

Правая часть сейчас так же зависит от \dot{q}_i , как форма (25) от δq_i . Иначе говоря,

$$\frac{dT}{dt} = \Sigma Q_i(q_1, \dots, q_n) \dot{q}_i. \quad (15.27)$$

Этим обстоятельством особенно удобно пользоваться в случае твердого тела, так как тогда в силу (3), (15), (16)

$$Q_i \dot{q}_i = (\Phi, \dot{\mathbf{s}}^{(i)}) + (\mathbf{G}_S, \boldsymbol{\omega}^{(i)}). \quad (15.28)$$

Итак, обобщенные силы для тела (и, конечно, точки) можно определять, рассматривая фиктивные координатные движения и вычисляя Q_i по формулам (28).

Нередко бывает, что

$$\dot{\mathbf{s}}^{(i)} = \dot{q}_i \mathbf{e}^{(i)}, \quad \boldsymbol{\omega}^{(i)} = 0, \quad \text{или, напротив,} \quad \dot{\mathbf{s}}^{(i)} = 0, \quad \boldsymbol{\omega}^{(i)} = \dot{q}_i \mathbf{e}^{(i)},$$

где $\mathbf{e}^{(i)}$ — некоторый единичный вектор. Тогда соответственно

$$Q_i = (\Phi, \mathbf{e}^{(i)}), \quad Q_i = (\mathbf{G}_S, \mathbf{e}^{(i)}),$$

т. е. обобщенная сила имеет смысл проекции суммарной силы или проекции момента сил на некоторое направление.

Задача 7. Имеется осесимметричная катушка. Пусть ее радиус будет r , центральный момент инерции относительно оси симметрии $I = Md^2$ (d называется радиусом инерции). Катушка катится без проскальзывания по горизонтальной прямой: трения качения нет, а ее тянут с силой F за нить, натянутую под углом α к прямой и намотанную концентрически оси катушки на расстоянии a . Определить ускорение центра катушки (рис. 31).

Начнем с того, что выпишем

$$\dot{\mathbf{s}} = \dot{x} \mathbf{e}_x, \quad \boldsymbol{\Omega} = \dot{\varphi} \mathbf{e}_z = -\frac{\dot{x}}{r} \mathbf{e}_z. \quad (15.29)$$

Кинетическая энергия катушки

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 = \frac{M}{2} \left(1 + \frac{d^2}{r^2} \right) \dot{x}^2.$$