Поскольку нет проскальзывания, а трение качения равно нулю, реакцию опоры в теореме об изменении кинетической энергии учитывать не следует (тема 9). Имеем

$$\mathbf{\Phi} = F\cos\alpha\mathbf{e}_x + (F\sin\alpha - mg)\mathbf{e}_y, \quad \mathbf{G}_S = Fa\mathbf{e}_z.$$

Поэтому по формулам (28) и (29):

$$Q\dot{x} = F\cos\alpha\dot{x} - Fa\dot{\varphi} = F\frac{r\cos\alpha - a}{r}\dot{x},$$

$$Q = F\frac{r\cos\alpha - a}{r}.$$

Поскольку

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} \equiv M\left(1 + \frac{d^2}{r^2}\right)\ddot{x},$$

из универсального уравнения Лагранжа получаем ответ:

$$\ddot{x} = \frac{F}{M}\frac{r(r\cos\alpha - a)}{r^2 + d^2}. \tag{15.30}$$

В принципе следовало бы еще задать коэффициент трения скольжения k, вычислить R_x и проверить неравенство $|R_x| \leqslant k|R_y|$. Но здесь мы считали $k = \infty$, так что единственное условие возможности качения состоит в том, что вертикальная составляющая силы не превосходит веса катушки: $F\sin\alpha \leqslant mg$.

В заключение заметим, что вычисление обобщенных сил по описанной схеме нецелесообразно, когда систему можно рассматривать как идеализированную и движущуюся только за счет потенциальных сил (как правило, это сила тяжести и силы упругости): тогда удобнее сразу вычислить потенциальную энергию $V(q_1, \ldots, q_n)$ и составить уравнения Лагранжа (здесь $Q_i = -\partial V/\partial q_i$).

Тема 16

ОГРАНИЧЕННАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Две массы $m_1 = M - \mu$ и $m_2 = \mu$ движутся в согласии с законом тяготения Ньютона (задача двух тел). Кроме того, в пространстве имеется еще третья масса $m_3 = m$, которая находится под действием сил притяжения к первым двум телам, но сама влияния на них не оказывает (например, случай системы Земля — Луна — спутник). Смысл слов «ограниченная» состоит именно в этом. Уравнения движения массы m имеют вид

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -f\frac{m(M-\mu)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)|^3}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)) - f\frac{m\mu}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t)|^3}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t)),$$

где изменение $\mathbf{r}_1(t)$, $\mathbf{r}_2(t)$ нам известно. Поскольку уравнения движения можно сократить на m, в дальнейшем считаем $m = 1$.