так что уравнения первого приближения суть

$$\ddot{\xi} - 2\dot{\eta} + a\xi = 0, \quad \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} + b\eta = 0$$

характеристическое уравнение

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + a & -2\lambda \\ 2\lambda & \lambda^2 + b \end{vmatrix} = \lambda^4 + (a + b + 4)\lambda^2 + ab = 0.$$

Откуда $(\lambda^2)_1$, $(\lambda^2)_2$ действительны и имеют разные знаки, так как в силу $ab<0$ дискриминант соответствующего квадратного уравнения положителен, а произведение корней отрицательно. Следовательно, имеются два действительных собственных значения, например, $\pm\lambda_1$, одно из которых положительно, что доказывает неустойчивость.

Б. Треугольные точки либрации: для определенности пусть

$$x = \frac{1}{2} - \mu + \xi, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2} + \eta.$$

Каждое слагаемое функции W разложим в ряд Тейлора, но выписывать будем лишь члены второго порядка по ξ, η. Имеем для третьего слагаемого

$$-\frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \ldots - \frac{1}{2}(\xi^2 + \eta^2).$$

Далее будем в очередной раз использовать формулу

$$(1 + \chi)^{-1/2} = 1 - \frac{\chi}{2} + \frac{3}{8}\chi^2 + O(\chi^3).$$

Первое слагаемое гравитационного потенциала разложится так:

$$-\frac{1-\mu}{R_1} = -\frac{1-\mu}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\xi\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\eta\right)^2}} =$$

$$= -\frac{1-\mu}{\sqrt{1+\xi+\sqrt{3}\eta+\xi^2+\eta^2}} = \ldots + \frac{1-\mu}{2}(\xi^2+\eta^2) -$$

$$-\frac{3}{8}(1-\mu)(\xi + \sqrt{3}\eta)^2 + \ldots.$$

Аналогично второе:

$$-\frac{\mu}{R_2} = -\frac{\mu}{\sqrt{\left(-\frac{1}{2}+\xi\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\eta\right)^2}} =$$

$$= -\frac{\mu}{\sqrt{1-\xi+\sqrt{3}\eta+\xi^2+\eta^2}} =$$

$$= \ldots + \frac{\mu}{2}(\xi^2+\eta^2) - \frac{3}{8}\mu(-\xi + \sqrt{3}\eta)^2 + \ldots.$$