конечно глубокие воронки. На рис. 8 изображены некритические области Хилла со всевозрастающим h. При $h > W(L_{4,5})$ область Хилла совпадает со всей плоскостью (за вычетом притягивающих масс). О том, как движется единичная масса в областях Хилла, на элементарном уровне сказать ничего нельзя.

Тема 17

КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Следуя Якоби, будем говорить, что имеется система уравнений первого порядка в канонической форме, если имеется $2n$ независимых переменных:

$$(z_1, \ldots, z_{2n}) = (p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_n),$$

задана функция

$$H(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_n, t),$$

обладающая тем свойством, что правые части уравнений из нашей системы суть частные производные от функции H:

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{17.1}$$

Таким образом, переменные z разбиваются на так называемые пары сопряженных переменных (p_i, q_i); скорость изменения каждой переменной есть частная производная по ей сопряженной, причем в одном случае со знаком минус, в другом — со знаком плюс.

Уравнения такого вида впервые применялись в работах Лагранжа и Пуассона по небесной механике. Трактовка их как общей формы уравнений движения механических систем под действием потенциальных сил была дана позднее Гамильтоном (для систем свободных точек), Якоби (для систем со стационарными связями), Остроградским и Донкином (для систем с нестационарными, вообще говоря, связями). Для нас основой такой трактовки послужит

Теорема. Пусть имеется регулярная функция $L(\dot{q}, q, t)$:

$$\det \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q}^2} \neq 0. \tag{17.2}$$

Тогда **система уравнений Эйлера — Лагранжа**

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \tag{17.3}$$

эквивалентна системе уравнений в канонической форме (1), где

$$H = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - L\right)\Big|_{\dot{q}_i = f_i(p,q,t)}, \tag{17.4}$$

причем лагранжевы скорости $\dot{q}_i$ выражены через обобщенные