

соответствует поток, который можно сузить на пространство переменных  $q_1, \dots, q_n$ , так как система уравнений

$$\frac{dq_i}{ds} = \frac{\partial F}{\partial p_i} \equiv \Phi_i(q), \quad i = 1, \dots, n,$$

интегрируется независимо. Смысла остальных уравнений касаться не будем.

Обсудим возможность обобщить теорему Ли так, чтобы  $H, F$  могли зависеть от времени.

Первое, что приходит в голову, — считать, что группа симметрий будет действовать теперь в пространстве  $p, q, t$ . Это заставляет присоединить к порождающей группе системе (27) с  $F = F(p, q, t)$  еще одно уравнение

$$\frac{dt}{ds} = \chi(p, q, t)$$

с неизвестной пока правой частью. В силу такой расширенной системы

$$\frac{dH}{ds} = \frac{\partial H}{\partial t} \chi + (H, F),$$

и одновременно

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (F, H) \equiv 0,$$

поскольку  $F$  — первый интеграл. Следовательно,

$$\frac{dH}{ds} = \frac{\partial H}{\partial t} \chi + \frac{\partial F}{\partial t}.$$

Потребуем, чтобы  $dH/ds \equiv 0$ . Какую функцию  $\chi$  ни взять, при  $\partial H/\partial t \equiv 0$  обязательно должно быть  $\partial F/\partial t \equiv 0$ , т. е. применительно к автономным системам обобщением будут охвачены только интегралы, не зависящие от времени. Уже это противоречит поставленной цели. Более того. Даже если мы явно предположим, что  $\partial H/\partial t \neq 0$ , то обязаны будем потребовать, что

$$\chi = - \frac{\partial F}{\partial t} / \frac{\partial H}{\partial t},$$

так что группа симметрий будет зависеть не только от функции  $F$ , как раньше, но и от функции  $H$ .

Приходится отказаться от идеи инвариантности функции  $H$ . Тогда можно попросту положить  $\chi \equiv 0$ , иначе говоря, рассматривать  $t$  как параметр. Теперь

$$\frac{dH}{ds} = - \frac{\partial F}{\partial t},$$

т. е. в неавтономном случае гамильтониан не инвариантен, а предписанным образом изменяется под действием потока (26), зависящего от параметра  $t$ .