Векторное произведение невырождено в том смысле, что для каждого ненулевого вектора **a** существует такой **b**, что их векторное произведение отлично от нуля. Более точно, $[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]=0$ тогда и только тогда, когда векторы **a** и **b** коллинеарны.

Обратим внимание, что и скалярное и векторное произведения имеют два эквивалентных определения и соответственно два способа вычисления: геометрический (с использованием модулей векторов и угла между ними) и аналитический (оперирующий с компонентами векторов в ортонормированном репере). На практике приходится пользоваться обоими, причем от выбора удачного способа часто зависит если не сам успех в решении задачи, то быстрота его достижения. В общих чертах справедливо следующее наблюдение: в тех случаях, когда векторы удобно расположены, в частности, когда достаточно ясен угол между ними, эффективнее геометрический способ; и если же в расположении векторов нет никакой очевидной специфики, то лучше, не торопясь, применить аналитический способ.

Когда заведомо известно направление вектора **a**, например $\mathbf{a}\parallel\mathbf{e}_z$, то появляется соблазн написать $\mathbf{a}=a\mathbf{e}_z$. В этом случае a не модуль, а, как иногда говорят, алгебраическое значение модуля — модуль со знаком. Короче, возможна вольность речи, к которой надо быть готовым.

Операции с участием трех векторов: *смешанное произведение*

$$(\mathbf{a},[\mathbf{b}\times\mathbf{c}])=(\mathbf{b},[\mathbf{c}\times\mathbf{a}])=(\mathbf{c},[\mathbf{a}\times\mathbf{b}])=\begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}; \tag{3.3}$$

двойное векторное произведение (дважды применить (2))

$$[\mathbf{a}\times[\mathbf{b}\times\mathbf{c}]]=\mathbf{b}(\mathbf{a},\ \mathbf{c})-\mathbf{c}(\mathbf{a},\ \mathbf{b}). \tag{3.4}$$

Коэффициенты здесь в нарушении общего правила написаны после векторов. Это позволяет легко запомнить формулу, прочитав ее как «бац минус цап».

Скалярное произведение билинейно, симметрично и положительно определено; векторное — билинейно, антисимметрично и удовлетворяет тождеству $[\mathbf{a}\times[\mathbf{b}\times\mathbf{c}]]+[\mathbf{b}\times[\mathbf{c}\times\mathbf{a}]]+[\mathbf{c}[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]]\equiv\mathbf{0}$.

Если сомножители зависят от времени, то при дифференцировании действует *правило Лейбница*:

$$\frac{d}{dt}\varphi\mathbf{a}=\frac{d\varphi}{dt}\mathbf{a}+\varphi\frac{d\mathbf{a}}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{a},\mathbf{b})=\left(\frac{d\mathbf{a}}{dt},\ \mathbf{b}\right)+\left(\mathbf{a},\ \frac{d\mathbf{b}}{dt}\right),$$

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{a}\times\mathbf{b}]=\left[\frac{d\mathbf{a}}{dt}\times\mathbf{b}\right]+\left[\mathbf{a}\times\frac{d\mathbf{b}}{dt}\right].$$

МОМЕНТ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ. Для динамики точки в $\mathbf{R}^3$ можно повторить все сказанное в начале § 1. Кроме того,