лимые движения»; чтобы из них выделить истинные, рассмотрим все такие мыслимые движения, которые при данном t имеют одинаковые состояния $(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$; тогда все мыслимые ускорения $\ddot{\mathbf{r}}$ заметают плоскость, ортогональную $\mathbf{n}$; если убрать связь, то вектор F/m будет ускорением освобожденного движения (из закона Ньютона); по Гауссу, истинным является то ускорение из мыслимых, квадратичное отклонение которого от освобожденного минимально, т. е. величина $|\ddot{\mathbf{r}}-F/m|^2$ принимает наименьшее значение.

Замечание. Можно показать, что ускорение $\mathbf{a}_\nabla$ в репере $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_1}$, $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_2}$ имеет компоненты

$$a_1 = \ddot{q}_1 + \Sigma\, \Gamma^1_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j,$$

$$a_2 = \ddot{q}_2 + \Sigma\, \Gamma^2_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j,$$

где $\Gamma_{ij}{}^k$ выражаются через E, F, G и их производные по q_1, q_2. Это значит, что если поверхность подвергнуть такой деформации с параметром α,

$$\mathbf{r}=\mathbf{r}^*(q_1, q_2, \alpha),$$

при которой коэффициенты E, F, G не меняются, а также не меняются компоненты касательного поля сил

$$\mathbf{F}_\nabla = F_1(q_1, q_2)\,\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_1} + F_2(q_1, q_2)\,\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial q_2},$$

то движения будут задаваться одними и теми же зависимостями $q_1(t)$, $q_2(t)$. Выражение «внутреннее уравнение движения», таким образом, вполне созвучно термину «внутренняя геометрия поверхности» в дифференциальной геометрии.

Данные ранее определения первого интеграла, области возможности движения, множества достижимости дословно переносятся на движение по поверхности и имеют «внутренний» смысл. Это не мешает нам в ходе исследований опираться не только на внутренний закон Ньютона, но и на «внешнюю» систему уравнений движения:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = X + \varkappa\,\dfrac{\partial f}{\partial x}, \\[2mm] m\ddot{y} = Y + \varkappa\,\dfrac{\partial f}{\partial y}, \\[2mm] m\ddot{z} = Z + \varkappa\,\dfrac{\partial f}{\partial z}, \\[2mm] f(x, y, z) = 0, \end{cases} \tag{5.1}$$

вытекающую из О2. Коэффициент $\varkappa$ легко вычислить как функцию состояния, при $\mathbf{F}=\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$ квадратичную по скоростям:

$$|\operatorname{grad} f|\varkappa = -F_\perp - m((\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{r}})).$$