является продолжением γ_a (повторить рассуждение насчет угла, равного π). Следовательно, сама $\gamma_a(s)$ выходит на границу при $s=\delta(a)$. Теорема доказана.

Третья теорема Козлова. *Если* $\delta(a)+\delta(b)>\delta(a, b)$, *то существует движение из* a *в* b. Это аналогично второй теореме.

§ 7. ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

Начнем выписывать уравнения движения по поверхности $\mathfrak{M}$, опираясь на последнюю теорему § 5:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot q_1}=E\dot q_1+F\dot q_2,\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q_1}=E\ddot q_1+F\ddot q_2+\dots,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot q_2}=F\dot q_1+G\dot q_2,\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q_2}=F\ddot q_1+G\ddot q_2+\dots,$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1}=-\frac{\partial V}{\partial q_1}+\dots,$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2}=-\frac{\partial V}{\partial q_2}+\dots,$$

где многоточием обозначены выражения, квадратичные по $\dot q_1$, $\dot q_2$. Итак, уравнения Лагранжа имеют вид

$$\begin{aligned} &E\ddot q_1+F\ddot q_2+\dots+\frac{\partial V}{\partial q_1}=0,\\ &F\ddot q_1+G\ddot q_2+\dots+\frac{\partial V}{\partial q_2}=0. \end{aligned}\tag{7.1}$$

Определение. Точка q_1^*, q_2^* называется *положением равновесия,* если среди движений имеется такое: $q_1(t)\equiv q_1^*$, $q_2(t)\equiv\equiv q_2^*$.

Из выписанных нами уравнений видно, что равновесие возможно в тех и только тех точках, в которых $\frac{\partial V}{\partial q_1}=\frac{\partial V}{\partial q_2}=0$. Другими словами, *положения равновесия — это критические точки потенциала* V, полученного из потенциала $V(x, y, z)$ сужением на поверхность.

Определение. Положение равновесия q^* называется *устойчивым,* если для любой окрестности $\mathcal{D}$ точки q^* можно указать меньшую окрестность $\mathcal{D}'$ и такое число $\varepsilon>0$, что если q_1^0, $q_2^0\in\mathcal{D}'$ и $|v^0|<\varepsilon$, то соответствующее движение не выходит из $\mathcal{D}$.

Теорема Лагранжа — Дирихле. *Если точка* q^* — *строгий локальный минимум функции* $\check V$, *то это положение равновесия устойчиво.*