эта система — искомая. Действительно, в ней аналогично (10)

$$J=\frac{\partial L}{\partial \dot q_1}u_1+\frac{\partial L}{\partial \dot q_2}u_2,$$

причем $u_1=0$, $u_2=1$ по предположению.

Лемма 2. Если после замены координат $\xi=\xi(q)$

$$\mathbf{u}=u_1\frac{\partial \mathbf{r}^*}{\partial q_1}+u_2\frac{\partial \mathbf{r}^*}{\partial q_2},$$

то по формуле сложной производной

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial q_2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}.$$

Заготовив эти опорные утверждения, рассмотрим общее решение системы дифференциальных уравнений $\frac{d\xi_i}{ds}=v_i(\xi)$:

$$\xi_1=\bar\xi_1(s,\ \xi_1^0,\ \xi_2^0),\ \xi_2=\bar\xi_2(s,\ \xi_1^0,\ \xi_2^0).$$

Зафиксируем произвольно $\xi_2{}^0$ и положим $q_1=\xi_1{}^0$, $q_2=s$. Это и будут искомые координаты, поскольку

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_1}{\partial q_2} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial q_2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial q_1} & v_1 \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial q_1} & v_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix},$$

откуда $u_1=0$, $u_2=1$.

Вопрос. Почему мы уверены, что матрица $\left(\frac{\partial \xi}{\partial q}\right)$ невырождена?

Задача 14. Исходя из интегралов

$$J=m(\mathbf{u},\ \mathbf{v})=c,\ K=\frac{m}{2}(\mathbf{v},\ \mathbf{v})+V=h,$$

доказать, что

$$\mathfrak{M}^h{}_c=\left\{\frac{c^2}{2m(\mathbf{u},\ \mathbf{u})}+V\leqslant h\right\}.$$

Здесь $(\mathbf{u},\ \mathbf{u})$ — определенная функция точки $P\in\mathfrak{M}$. Формула

$$V_c=\frac{c^2}{2m(\mathbf{u},\ \mathbf{u})}+V$$

есть инвариантное представление приведенного потенциала.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ. Для дальнейшего напомним некоторые факты из внутренней геометрии поверхностей.

1. Если $\Phi(q_1,\ q_2)$ — гладкая функция, то ее *внутренний гради-*