мановой метрики на многообразии положений (заметим, что собственные значения интеграла Φ в лиувиллевой метрике равны $+f_1$ и $-f_1$ и что q_1, q_2 — ортогональные координаты).

Лиувиллевы системы на плоскости также классифицированы: лиувиллевыми могут быть только эллипсоидальные, параболические, полярные и декартовы координаты.

§ 10. ДИНАМИКА СИСТЕМЫ СВОБОДНЫХ ТОЧЕК. ЗАДАЧА МНОГИХ ТЕЛ

В трехмерном пространстве $\mathbf{R}^3$ находятся N точек с радиусами-векторами $\mathbf{r}_i$ и массами m_i; на них действуют силы $\mathbf{F}_i(\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, \dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N, t)$: говорят, что дана *система свободных точек*. Набор вектор-функций $(\mathbf{r}_1(t), \ldots, \mathbf{r}_N(t))$ называется *движением системы*, если удовлетворяет системе уравнений Ньютона:

$$m_i\ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i, \quad i = 1, \ldots, N.$$

Сказанное в начале § 1 повторяется с очевидными изменениями.

ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ

А. Точка S с радиусом-вектором:

$$\mathbf{s} = \frac{\Sigma m_i \mathbf{r}_i}{\Sigma m_i}$$

называется *центром масс* (барицентром, центром инерции) системы. Векторная величина

$$\mathbf{P} = \sum_i m_i \dot{\mathbf{r}}_i$$

называется *импульсом* системы (или количеством движения).

Теорема 1 (об изменении импульса). *Вдоль движений системы*

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum_i \mathbf{F}_i;$$

иначе говоря, центр масс движется как одна материальная точка массы $M = \Sigma m_i$ под действием формальной суммы всех сил:

$$M\ddot{\mathbf{s}} = \sum_i \mathbf{F}_i.$$

Эта сумма, правда, может зависеть от состояния всей системы, так что правую часть здесь лучше всего рассматривать как сложную функцию времени, вычисленную вдоль конкретного движения.

Б. Величина

$$\mathbf{\Lambda}_O = \sum_i m_i [\mathbf{r}_i \times \dot{\mathbf{r}}_i]$$