

называется *кинетическим моментом*, или *моментом количества движения* системы. Величина

$$\mathbf{G}_O = \sum_i [\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i]$$

называется *суммарным моментом сил*.

Теорема 2 (об изменении момента). *Вдоль движений*

$$\frac{d\Lambda_O}{dt} = \mathbf{G}_O$$

(*скорость изменения момента импульсов равна моменту сил*).

АБ. Пусть $\mathbf{r}_i = \boldsymbol{\rho}_i + \mathbf{s}$. Вектор $\boldsymbol{\rho}_i$ задает положение i -й точки в подвижной системе координат, связанной с центром масс и движущейся поступательно относительно неподвижной (так называемая *система осей Кенига*). Величина $\Lambda_S = \sum_i m_i [\boldsymbol{\rho}_i \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_i]$ назы-

вается моментом количества движения в осях Кенига, или *собственным кинетическим моментом*. Величина $\mathbf{G}_S = \sum_i [\boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_i]$ на-

зывается *собственным моментом сил*.

Теорема 3=1+2 (о собственном кинетическом моменте). *Всегда*

$$\Lambda_O = M[\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{s}}] + \Lambda_S.$$

Вдоль движений системы

$$\frac{d\Lambda_S}{dt} = \mathbf{G}_S.$$

Доказательство. По определению

$$\begin{aligned} \Lambda_O &= \sum m_i [(\mathbf{s} + \boldsymbol{\rho}_i) \times (\dot{\mathbf{s}} + \dot{\boldsymbol{\rho}}_i)] = (\sum m_i) [\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{s}}] + \\ &+ [\mathbf{s} \times \sum m_i \dot{\boldsymbol{\rho}}_i] + [\sum m_i \boldsymbol{\rho}_i \times \dot{\mathbf{s}}] + \sum m_i [\boldsymbol{\rho}_i \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_i]. \end{aligned}$$

Внутренние слагаемые равны нулю в силу того, что

$$\sum m_i \boldsymbol{\rho}_i \equiv 0, \quad \sum m_i \dot{\boldsymbol{\rho}}_i \equiv 0.$$

Далее, учитывая, что

$$M\dot{\mathbf{s}} = \sum \mathbf{F}_i \Rightarrow \frac{d}{dt} M[\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{s}}] = [\mathbf{s} \times \sum \mathbf{F}_i],$$

имеем

$$\frac{d\Lambda_S}{dt} = \sum [\boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_i] - [\mathbf{s} \times \sum \mathbf{F}_i] = \sum [(\boldsymbol{\rho}_i - \mathbf{s}) \times \mathbf{F}_i],$$

что и требовалось.

В. Скалярная величина

$$T = \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\mathbf{r}}_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{r}_i, \dot{r}_i)$$