

называется *кинетической энергией* системы. Величина

$$T_s = \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{\rho}_i^2$$

называется *собственной кинетической энергией*.

Теорема 4 (о вычислении и изменении кинетической энергии). *Всегда*

$$T = \frac{M}{2} \dot{s}^2 + T_s.$$

Вдоль движений

$$\frac{dT}{dt} = \sum_i (\mathbf{F}_i, \dot{\mathbf{r}}_i),$$

$$\frac{dT_s}{dt} = \sum_i (\mathbf{F}_i, \dot{\rho}_i).$$

Доказывается это по той же схеме, что и предыдущая теорема.

АБВ. *Интегралом* системы называется функция состояния

$$\Phi(\dot{\mathbf{r}}_1, \dots, \dot{\mathbf{r}}_N, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N),$$

постоянная после подстановки каждого движения системы.

Простейшие типы интегралов.

А. *Интеграл импульса* вдоль оси X :

$$\sum_i X_i \equiv 0 \Rightarrow P_x = \sum_i m_i \dot{x}_i = \text{const.}$$

Б. *Интеграл кинетического момента* относительно оси Z :

$$G_z = \sum_i x_i Y_i - y_i X_i \equiv 0 \Rightarrow \Lambda_z = \sum_i m_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) = \text{const.}$$

В. *Интеграл энергии:*

$$X_i = -\frac{\partial V}{\partial x_i}, \quad Y_i = -\frac{\partial V}{\partial y_i}, \quad Z_i = -\frac{\partial V}{\partial z_i} \Rightarrow H = T + V = \text{const.}$$

Функция $V = V(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ называется *потенциальной энергией* системы или *потенциалом сил*.

ЗАДАЧА МНОГИХ ТЕЛ. Пусть точки m_i взаимодействуют по закону *всемирного тяготения*:

$$\mathbf{F}_{ij} = -\gamma \frac{m_i m_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad \mathbf{F}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij}.$$

Выполняется третий закон Ньютона: $\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$.

В задаче N тел имеются следующие интегралы: импульс $\mathbf{P} = (P_x, P_y, P_z)$, момент $\Lambda_O = (\Lambda_x, \Lambda_y, \Lambda_z)$, энергия $H = T + V = h$, где $V = -\sum \gamma \frac{m_i m_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}$. Интегралов всего семь. При $N > 2$ их мень-