$$=\begin{pmatrix} \dot a_x \\ \dot a_y \\ \dot a_z \end{pmatrix} + Q\left[\begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}\right].$$

Первое слагаемое имеет смысл $\mathbf{v}_A$, второе представляет собой столбец компонент вектора $\boldsymbol{\omega}\times\overline{AB}$ в репере $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ (до применения матрицы Q стоит столбец компонент этого вектора в репере $\mathbf{e}_\xi$, $\mathbf{e}_\eta$, $\mathbf{e}_\zeta$).

Формула Эйлера (8) читается обычно как *формула распределения скоростей в твердом теле*; если известна скорость только одной точки тела A, а также угловая скорость, то можно вычислить скорость любой другой точки B того же тела. Подчеркнем также, что формула Эйлера записана в инвариантном виде.

МГНОВЕННАЯ ОСЬ ВРАЩЕНИЯ. Выведем некоторые следствия из формулы Эйлера.

1. *В твердом теле существует точка C такая, что*

$$\mathbf{v}_C \| \boldsymbol{\omega}.$$

При $\boldsymbol{\omega}=0$ утверждение тривиально. В общем случае пусть известна скорость $\mathbf{v}_A$ некоторой точки A. Возьмем точку C такую, что $\overline{AC}=[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_A]/\omega^2$. Легко проверить, что она будет обладать требуемым свойством:

$$\mathbf{v}_C = v_A + \omega^{-2}[\boldsymbol{\omega}\times[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_A]] = \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{v}_A)\omega^{-2}.$$

Заодно мы вычислили $\mathbf{v}_C$. Если C' — другая точка с этим же свойством, что $\boldsymbol{\omega}\| v_{C'}$, $v_{C'}-\mathbf{v}_C=[\boldsymbol{\omega}\times\overline{CC'}]$, откуда $\boldsymbol{v}_C=\mathbf{v}_{C'}$ $\overline{CC'}\|\boldsymbol{\omega}$. Таким образом, все возможные точки C заметают прямую, параллельную вектору $\boldsymbol{\omega}$. Она называется *мгновенной осью вращения* при $\mathbf{v}_C=0$ и *мгновенно-винтовой осью* при $\mathbf{v}_C\neq0$.

2. *У тела, движущегося в плоскости с ненулевой угловой скоростью, в каждое мгновение имеется точка C, скорость которой равна нулю* (мгновенный центр скоростей).

Пусть это плоскость Oxy. Введем *абсолютный угол поворота* φ тела: например, угол, составляемый отрезком, отмеченным в теле, с осью Ox и отсчитываемый против часовой стрелки, если смотреть со стороны Oz. Тогда, согласно задаче 27, $\boldsymbol{\omega}=\dot\varphi\mathbf{e}_z\perp Oxy$. Следовательно, по формуле (8) $\mathbf{v}_C=0$.

Мгновенная ось вращения проходит через C перпендикулярно плоскости. Распределение скоростей дается формулой

$$\mathbf{v}_B=[\boldsymbol{\omega}\times\overline{CB}].$$

Это значит, что мгновенный центр скоростей всегда лежит на прямой, ортогональной вектору $\mathbf{v}_B$ в точке B.

Определение. Говорят, что плоское тело катится по кривой без проскальзывания, если оно касается этой кривой, и скорость той точки тела P, которая оказалась в месте соприкосновения C, всякий раз равна нулю. Иными словами, она есть мгновенный центр скоростей.