Вектор

$$\mathbf{v}_{\text{абс}} = \dot{x}\mathbf{e}_x + \dot{y}\mathbf{e}_y + \dot{z}\mathbf{e}_z$$

называется *абсолютной скоростью* точки. Вектор

$$\mathbf{v}_{\text{отн}} = \dot{\xi}\mathbf{e}_\xi + \dot{\eta}\mathbf{e}_\eta + \dot{\zeta}\mathbf{e}_\zeta,$$

имеющий в неподвижной системе координат столбец компонент

$$Q\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix},$$

называется *относительной скоростью* точки. Первые два слагаемых правой части (11) составляют так называемую *переносную скорость* точки P. Итак, имеем *формулу сложения скоростей*:

$$\mathbf{v}_{\text{абс}} = \mathbf{v}_{\text{отн}} + \mathbf{v}_{\text{пер}}.$$

Что касается переносной скорости, то ее можно осмыслить так: это абсолютная скорость точки, если та вдруг прекратит двигаться относительно подвижной системы координат, т. е. вдруг образует одно твердое тело с векторами подвижного репера, движущимися с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$.

Задача 31. Трубка, изогнутая в форме кольца, поворачивается вокруг вертикальной оси на угол $\psi(t)$, а в ней движется точка по закону $\theta(t)$ (рис. 13). Требуется вычислить и изобразить $\mathbf{v}_{\text{пер}}$ и $\mathbf{v}_{\text{отн}}$, получить модуль абсолютной скорости. Ответ: $v^2 = r^2(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \cos\theta)$.

СЛОЖЕНИЕ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ. Пусть теперь с использованием подвижной системы координат рассматривается движение твердого тела. Тогда оно имеет абсолютную угловую скорость $\boldsymbol{\omega}_{\text{абс}}$ с точки зрения неподвижной системы координат и относительную угловую скорость $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$ с точки зрения подвижной системы координат. Угловую скорость системы координат обозначим для выразительности через $\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}$. Как и следовало ожидать,

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{абс}} = \boldsymbol{\omega}_{\text{пер}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}.$$

Доказательство. Свяжем с телом репер $\mathbf{e}_X$, $\mathbf{e}_Y$, $\mathbf{e}_Z$ и введем матрицы перехода:

$$(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z) \xrightarrow{Q_1} (\mathbf{e}_\xi, \mathbf{e}_\eta, \mathbf{e}_\zeta) \xrightarrow{Q_2} (\mathbf{e}_X, \mathbf{e}_Y, \mathbf{e}_Z);$$

тогда компоненты вектора $\boldsymbol{\omega}_{\text{абс}}$ в репере $\mathbf{e}_X$, $\mathbf{e}_Y$, $\mathbf{e}_Z$ соответствуют матрице $(Q_1Q_2)^{-1} \dfrac{d}{dt} (Q_1Q_2)$ или (выполним дифференцирование произведения) сумме матриц:

$$\Omega_{\text{абс}} = Q_2^{-1}Q_1^{-1}\dot{Q}_1Q_2 + Q_2^{-1}\dot{Q}_2. \tag{11.12}$$

Вторая матрица по определению составлена из компонент вектора $\boldsymbol{\omega}_{\text{отн}}$ в репере $\mathbf{e}_X$, $\mathbf{e}_Y$, $\mathbf{e}_Z$. Матрица $\Omega_{\text{пер}} = Q_1^{-1}\dot{Q}_1$ соответствует столбцу компонент вектора $\boldsymbol{\omega}_{\text{пер}}$ в репере $\mathbf{e}_\xi$, $\mathbf{e}_\eta$, $\mathbf{e}_\zeta$. Применив к этому столбцу матрицу Q_2^{-1}, мы получим столбец компонент векто-