т. е. $R_{1z}=0$. Тогда $R_{2z}=mg$. Имеем далее

$$\omega = \dot\psi \mathbf{e}_z = \dot\psi(\cos\alpha\, \mathbf{e}'' + \sin\alpha\, \mathbf{e}),$$

$$\Lambda_S = \frac{mr^2}{4}\dot\psi\cos\alpha \mathbf{e}'' + \frac{mr^2}{2}\dot\psi\sin\alpha \mathbf{e} = (1/4)mr^2\dot\psi(\cos\alpha \mathbf{e}'' + 2\sin\alpha \mathbf{e}) =$$

$$(\text{так как } \mathbf{e}'' = \mathbf{e}_z\cos\alpha - \mathbf{e}_x\sin\alpha,\ \mathbf{e} = \mathbf{e}_x\cos\alpha + \mathbf{e}_z\sin\alpha)$$

$$= (1/4)mr^2\dot\psi(\sin\alpha\cos\alpha \mathbf{e}_x + (2\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)\mathbf{e}_z).$$

Суммарный момент сил с учетом (5)

$$\mathbf{G}_S = [\overline{SA}_1 \times \mathbf{R}_1] + [\overline{SA}_2 \times \mathbf{R}_2] = [d\mathbf{e}_z \times (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)] = 2dR_{1x}\mathbf{e}_y - 2dR_{1y}\mathbf{e}_x. \tag{12.6}$$

Вектор $\mathbf{e}_z$ постоянен и $(\mathbf{G}_S, \mathbf{e}_z) \equiv 0$, отсюда

$$\frac{d}{dt}(\Lambda_S, \mathbf{e}_z) = \left(\frac{d}{dt}\Lambda_S, \mathbf{e}_z\right) = (\mathbf{G}_S, \mathbf{e}_z) \equiv 0, \tag{12.7}$$

так что $(\Lambda_S, \mathbf{e}_z) = \text{const}$ и, наконец, $\dot\psi = \text{const}$. Следовательно,

$$\frac{d\Lambda_S}{dt} = \frac{mr^2}{4}\sin\alpha\cos\alpha\dot\psi\frac{d\mathbf{e}_x}{dt} = \frac{mr^2}{4}\sin\alpha\cos\alpha\dot\psi[\omega \times \mathbf{e}_x] =$$

$$= \frac{mr^2\dot\psi^2}{4}\sin\alpha\cos\alpha\, \mathbf{e}_y.$$

Приравнивая к (6), получаем

$$\frac{mr^2}{4}\dot\psi^2\sin\alpha\cos\alpha\mathbf{e}_y = 2d(R_{1x}\mathbf{e}_y - R_y\mathbf{e}_x),$$

откуда

$$\begin{cases} R_{1x} = \dfrac{mr^2}{8d}\sin\alpha\cos\alpha\dot\psi^2, \\ R_{1y} = 0. \end{cases}$$

Задача 36. По плоскости катится диск с невесомой штангой (из примера 2 § 11). Доказать, что $\dot\psi = \text{const}$, найти кинетическую энергию и силу реакции в точке касания. Дано, что $\mathbf{R}$ лежит в плоскости диска.

Ответ:

$$T = \frac{m}{2}\left(\frac{3}{2}d^2 + \frac{1}{4}r^2\right)\dot\psi^2,$$

$$\mathbf{R} = m\left(g + \frac{r}{2}\dot\psi^2\right)\mathbf{e}_z.$$

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ СИЛ. Силы, действующие на твердое тело, на практике всегда имеют наглядное физическое происхождение и, если можно так сказать, естественные точки приложения: сила тяжести прикладывается в центре масс, силы