эллипсоида $Ap^2+Bq^2+Cr^2=2h$ и конуса

$$A(A-D)p^2+B(B-D)q^2+C(C-D)r^2=0.$$

Если $D=C$, то $p=q=0$, что соответствует положениям равновесия на оси r. Если $C<D<B$, то движение по эллипсоиду $T=h$ происходит в I и III четвертях (см. рис. 75, где изображен вид сбоку). При $D=B$ конус распадается в пару плоскостей и движение происходит по сепаратрисам, проходящим через седловую точку равновесия 0. При $B<D<A$ движение происходит во II и IV четвертях, а при $D=A$ вектор угловой скорости постоянен и находится в крайней правой или крайней левой вершинах эллипсоида. На каждой траектории конца вектора $\boldsymbol{\omega}$ нетрудно указать направление ее прохождения, выясняя знак $\dot{p}$ по знакам q и r из уравнений Эйлера.

Знание того, как движется вектор $\boldsymbol{\omega}$ в теле, недостаточно, чтобы сразу представить себе движение самого тела. В принципе в духе § 11 можно написать

$$\dot{Q}=\Omega Q,$$

где Q — неизвестная ортогональная матрица перехода от неподвижного репера к подвижному главному, Ω — кососимметрическая матрица, составленная из компонент вектора $\boldsymbol{\omega}$. Получается система линейных уравнений, правда, неавтономная. Чувствуется, что такой прямолинейный путь не приведет нас к успеху. Поступим иначе. Заметим, что в случае Эйлера

$$\frac{d\boldsymbol{\Lambda}_O}{dt}=G_O=0,$$

т. е. вектор кинетического момента $\boldsymbol{\Lambda}_O=\boldsymbol{\Lambda}=\mathbf{const}$ сохраняется в неподвижной системе координат.

РЕГУЛЯРНАЯ ПРЕЦЕССИЯ. Для начала опишем движение в случае динамической симметрии $B=C$ (в частности, когда распределение масс имеет ось симметрии $O\mathbf{e}$). В этом случае из первого уравнения Эйлера вытекает, что

$$(\boldsymbol{\Lambda}, \mathbf{e})=Ap=k=\mathrm{const},$$

и этим интегралом можно воспользоваться вместо $\Lambda^2=2Bh+ +(A-B)A^{-1}k^2$.

Задача 37. Доказать, что

а) вектор $\mathbf{e}$ оси динамической симметрии составляет постоянный угол с сохраняющимся вектором кинетического момента $\boldsymbol{\Lambda}$;

б) вектор угловой скорости лежит в плоскости векторов $\mathbf{e}$ и $\boldsymbol{\Lambda}$:

$$AB\boldsymbol{\omega}=(B-A)k\mathbf{e}+A\boldsymbol{\Lambda};$$

в) угловое ускорение $d\boldsymbol{\omega}/dt$ ортогонально $\boldsymbol{\Lambda}$ и $\mathbf{e}$, причем

$$\left|\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\right|^2=\frac{|A-B|\,k}{AB^2}\sqrt{\Lambda^2-k^2}.$$

Таким образом, движение можно представить себе как равномерное вращение вокруг вектора $\mathbf{e}$, который в свою очередь равномерно поворачивается вокруг неподвижного вектора $\boldsymbol{\Lambda}$.