ТЕОРЕМА ПУАНСО. Перейдем к общему случаю. В репере, связанном с телом, построим *эллипсоид инерции*

$$\{(\mathbf{r}, \Upsilon_O(\mathbf{r}))=1\}=\{A\xi^2+B\eta^2+C\zeta^2=1\},$$

где $\mathbf{r}=\xi\mathbf{e}+\eta\mathbf{e}'+\zeta\mathbf{e}''$. *В случае Эйлера эллипсоид инерции катится без проскальзывания по неподвижной плоскости* π, *ортогональной кинетическому моменту* $\mathbf{\Lambda}$ *и отстоящей от точки* O *на расстоянии* $\delta=\sqrt{2h}/|\Lambda|=1/\sqrt{D}$.

Доказательство. Плоскость π в подвижном главном репере задается уравнением

$$\frac{Ap\xi+Bq\eta+Cr\zeta}{\sqrt{Ap^2+Bq^2+Cr^2}}=\delta \quad \text{или} \quad Ap\xi+Bq\eta+Cr\zeta=\sqrt{2h},$$

где (ξ, η, ζ) — координаты точки плоскости в репере $O\mathbf{e}\mathbf{e}'\mathbf{e}''$. Скорость $\mathbf{v}_P=0$ в таких точках P (ξ, η, ζ), в которых $[\boldsymbol{\omega}\times\overline{OP}]=0$, т. е.

$$\xi=\varkappa p,\ \eta=\varkappa q,\ \zeta=\varkappa r.$$

Если мы выберем теперь $\varkappa=1/\sqrt{2h}$, точка P будет принадлежать как плоскости, так и эллипсоиду инерции, причем $\mathbf{v}_P=\mathbf{0}$, как и должно быть при качении. Остается показать, что эллипсоид касается плоскости π. Но это очевидно, так как нормали к плоскости и к эллипсоиду в точке P коллинеарны $(Ap, Bq, Cr)=\mathbf{\Lambda}$.

Эллипсоид, катаясь по плоскости π, оставляет на ней след, называемый *герполодией*; точка касания с плоскостью на эллипсоиде описывает кривую, называемую *полодией*. Так как полодия высекается на эллипсоиде инерции направлением угловой скорости, то полодии совпадают с фазовыми кривыми уравнений Эйлера при $T=1/2$. Герполодии располагаются на плоскости в некотором кольце и, вообще говоря, не замкнуты (рис. 47).

Задача 38. Если тело движется под действием пары сил с постоянным (в неподвижной системе координат) моментом $\mathbf{G}_O$ и при этом начальное состояние есть состояние покоя, то описание движения по Пуансо по-прежнему сохраняет силу. Доказать.

§ 13. ПРИНЦИП Д'АЛАМБЕРА—ЛАГРАНЖА ДЛЯ ГОЛОНОМНЫХ СИСТЕМ

Говорят, что задана *голономная механическая система*, когда

1) в трехмерном пространстве $\mathbf{R}^3$ есть N точек с массами m_ν и радиусами-векторами $\mathbf{r}_\nu$;

2) заданы r равенств

$$f_\rho(\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, t)=0, \quad \rho=1, \ldots, r, \tag{13.1}$$

называемых *голономными связями*;

3) даны выражения сил, действующих на точки:

$$\mathbf{F}_\nu(\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N, \dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N, t),\ \nu=1, \ldots, N.$$

Положения системы — наборы $\mathbf{r}=(\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N)$ — в силу нали-