

или

$$m_v \ddot{\mathbf{r}}_v = \mathbf{F}_v + \mathbf{R}_v, \quad (13.5)$$

где векторы

$$\mathbf{R}_v = \sum_p \lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial r_v}$$

называются *силами реакции связей*, или просто *реакциями*. Они легко могут быть вычислены как функции состояния, квадратичные по скорости (аналогично тому, как это было сделано для точки на поверхности в § 5). Если мы захотим постулировать закон Ньютона (5), то дополнительно придется потребовать, чтобы  $\Sigma(\mathbf{R}_v, \delta_v) = 0$  для любого касательного набора (*аксиома идеальности связей*).

Обычно касательные наборы называются *возможными* (или *виртуальными*) *перемещениями* и обозначаются  $\delta = (\delta r_1, \dots, \delta r_N)$ .

**ОДНА ТОЧКА.** Допустим, точка находится в плоскости на кривой  $f(x, y) = 0$ . Вектор  $\delta = (\delta_x, \delta_y)$  будет касательным к кривой тогда и только тогда, когда

$$\frac{\partial f}{\partial x} \delta_x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta_y = 0. \quad (13.6)$$

Допустим теперь, что мы из положения  $(x, y)$  на кривой смешились в положение  $x + \delta x, y + \delta y$ , т. е. совершили возможное перемещение  $(\delta x, \delta y)$  в буквальном смысле термина. Тогда

$$f(x + \delta x, y + \delta y) = 0.$$

Будем считать величины  $\delta x, \delta y$  бесконечно малыми, т. е. стремящимися к нулю. Тогда

$$f(x + \delta x, y + \delta y) - f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y + O(\delta x^2 + \delta y^2) = 0.$$

Если мы согласимся вести все вычисления с точностью до бесконечно малых второго порядка, то увидим, что возможное перемещение должно удовлетворять условию

$$\frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y = 0. \quad (13.7)$$

Это в точности то же самое, что и (6). Таким образом, формально возможное перемещение получилось касательным вектором (или смещением по касательной). Трактуя перемещение по касательной как бесконечно малое, мы с точностью до бесконечно малых более высоких порядков вправе считать, что имеем дело со смещением вдоль самой кривой. Оговорка «с точностью до бесконечно малых более высоких порядков», ненужная на уровне строгости классического анализа, отсутствует, к сожалению, в большинстве современных учебников.

Наряду с возможным обычно рассматривается также и *действительное перемещение*. В случае одной точки это бесконечно ма-