лый вектор $d\mathbf{r}=\mathbf{v}dt$. Если связь имеет вид $f(x, y, t)=0$, то компоненты (dx, dy) действительного перемещения за время dt удовлетворяют уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy+\frac{\partial f}{\partial t}dt=0, \tag{13.8}$$

что не тождественно с (7), если $\frac{\partial f}{\partial t}\neq 0$. Действительное перемещение отличается от приращения $\mathbf{r}(t+\Delta t)-\mathbf{r}(t)$ опять-таки на бесконечно малую более высокого порядка (рис. 7).

О связи принципа д'Аламбера — Лагранжа и различных видов уравнений движения в динамике точки уже говорилось в § 5. Проведенные тогда рассуждения можно обобщить, чем (частично) мы займемся ниже.

ТВЕРДОЕ ТЕЛО. С точки зрения развиваемого формализма твердое тело есть *конечная система точек, попарные расстояния между которыми обязаны оставаться неизменными* (ясно, что непрерывные распределения масс с любой необходимой точностью могут быть аппроксимированы дискретными — собственно, на практике мы без колебаний поступаем как раз наоборот). Таким образом, наложено много связей вида:

$$(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2-l_{ij}^2=0,$$

среди которых в принципе еще следует отобрать функционально независимые. Легко согласиться с тем, что выписывать связи такого рода не следует, так как если мы зададим положение трех (в плоском случае — двух) точек тела, то положение всего тела определится полностью. Интересны лишь те связи, которые наложены в дополнение к условиям неизменности расстояний.

Применительно к твердому телу становится совершенно недостаточным представлять себе касательные наборы просто как векторы в пространстве высокой размерности. Будем мыслить касательный набор в виде возможного перемещения:

$$\delta=(\delta\mathbf{r}_1, \ldots, \delta\mathbf{r}_N).$$

Это — именно набор из N векторов, которые лежат в реальном пространстве $\mathbf{R}^3$ и приложены, разумеется, в точках $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N$ соответственно. Примем для простоты, что дополнительные связи, наложенные на тело, не зависят от времени. Это позволит представить касательный набор в виде набора скоростей $\dot{\mathbf{r}}_1, \ldots, \dot{\mathbf{r}}_N$. Поскольку мы имеем дело с твердым телом, лучше в данном случае говорить не о наборе, а о распределении скоростей, которое, как известно, характеризуется скоростью отмеченной точки тела (например, $\mathbf{v}_1$) и его угловой скоростью ω. Наличие дополнительных связей ведет к тому, что векторы $\mathbf{v}_1$ и $\boldsymbol{\omega}$ не могут быть произвольными (как мы уже видели на примерах в предыдущем параграфе). Отсюда вывод: возможное перемещение твердого тела есть специфическое распределение трехмерных векторов, удовлетворяющее некоторым условиям.