

следнее предлагается проверить), то

$$\frac{d\Lambda_z}{dt} = M_z = \sum_v (x_v Y_v - y_v X_v).$$

Если к тому же $M_z = 0$, то Λ_z — первый интеграл.

Теорема В (об изменении кинетической энергии). Если связи стационарны, т. е.

$$\sum_v \frac{\partial f_p}{\partial r_v} \dot{r}_v = - \frac{\partial f_p}{\partial t} \equiv 0,$$

то

$$\frac{dT}{dt} = \sum_v (\mathbf{F}_v, \dot{\mathbf{r}}_v).$$

Если к тому же силы консервативны:

$$\mathbf{F}_v = - \frac{\partial V(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)}{\partial \mathbf{r}_v},$$

то имеет место интеграл энергии $T + V = \text{const.}$

Теорема Г (об изменении вириала). Если связи допускают произвольную гомотетию с центром в начале координат, т. е.

$$\frac{d}{d\lambda} f_p(\lambda \mathbf{r}_1, \dots, \lambda \mathbf{r}_N, t) = 0,$$

то производная от вириала равна

$$\frac{dJ}{dt} = 2T + \sum_v (\mathbf{F}_v, \mathbf{r}_v).$$

В частности, если

$$\mathbf{F}_v = - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_v}; \quad V(\lambda \mathbf{r}_1, \dots, \lambda \mathbf{r}_N) = \lambda^n V(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N),$$

то

$$\frac{dJ}{dt} = 2T - nV.$$

Теорема Д (об изменении момента инерции). Всегда

$$\frac{dI}{dt} = 2J.$$

Последние две теоремы были использованы в задаче многих тел (см. § 10).

Следствие теорем А и Б. Если связи допускают сдвиги вдоль любого направления и любые повороты вокруг неподвижной точки O , то

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \Sigma \mathbf{F}_v, \quad \frac{d\Lambda}{dt} = \Sigma [\mathbf{r}_v \times \mathbf{F}_v],$$