$$V_{ck}(\theta)=\frac{(c-k\cos\theta)^2}{2B\sin^2\theta}+Mgl\cos\theta+\frac{k^2}{2A}\leqslant h.$$

Угол $\theta(t)$ колеблется в некоторых пределах $[\theta_1(c, k, h), \theta_2(c, k, h)]$ и может быть найден интегрированием уравнения

$$\frac{d\theta}{dt}=\pm\sqrt{\frac{2}{B}(h-V_{ck}(\theta))}.$$

Что касается $\psi(t)$, то потом надо будет интегрировать

$$\frac{d\psi}{dt}=\frac{c-k\cos\theta(t)}{B\sin^2\theta(t)}.$$

Видим, что $\psi(t)$ будет монотонной функцией, если $\arccos c/k \in [\theta_1, \theta_2]$. Тогда вектор $\mathbf{e}(t)$ описывает волнообразную кривую (рис. 66, *а*). В противном случае на кривой появятся петли (рис. 66, *б*). Таким образом, появление линейного члена в функции Рауса R_k приводит к своеобразному закручиванию траекторий вектора $\mathbf{e}(t)$.

В заключение отметим, что формулы (8)—(10) позволяют по аналогии с (11) написать лагранжиан и в общем случае движения твердого тела с неподвижной точкой в поле тяжести.

§ 16. УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА И ИХ ИНТЕГРАЛЫ

Будем отталкиваться от уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot q_i}-\frac{\partial L}{\partial q_i}=0, \quad i=1, \dots, n, \tag{16.1}$$

где $L=L(\dot q_1, \dots, \dot q_n, q_1, \dots, q_n, t)$ (структура L пока роли не играет). Потребуем, чтобы определитель

$$\det\left(\frac{\partial^2 L}{\partial \dot q_i \partial \dot q_j}\right)\neq 0, \tag{16.2}$$

и рассмотрим систему соотношений

$$p_i=\frac{\partial L}{\partial \dot q_i}. \tag{16.3}$$

Величины p_i называются *обобщенными,* или *каноническими, импульсами.* Они могут рассматриваться либо непосредственно как функции $\dot q$, q, t, либо как независимые переменные. В последнем случае в силу (2) из системы (3) можно получить выражения

$$\dot q_i=\dot q_i(p, q, t).$$

Функцией Гамильтона, или *гамильтонианом,* называется «энергия», выраженная через p, q, t:

$$H=\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\dot q_i-L\right)\Bigg|_{\dot q\,(p,\,q,\,t)}.$$

Пространство переменных (p, q) называется *фазовым.*