тогда в силу (8) и (10) последовательно имеем

$$\Omega(\mathbf{a},\ \mathbf{b})=\sum_{i,j}\Omega_{ij}A_iB_j,\quad \Omega^{\mathbf{a}}=\sum_j\left(\sum_i\Omega_{ij}A_i\right)dz_j,$$

$$\Omega^{\overleftarrow{H}}=\sum_j\left(\sum_i\Omega_{ij}Z_i\right)dz_j=\sum_j\frac{\partial H}{\partial z_j}dz_j=dH,$$

что приводит к матричному выражению

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_{2n}\end{pmatrix}=\mathbf{J}\begin{pmatrix}\dfrac{\partial H}{\partial z_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\partial H}{\partial z_{2n}}\end{pmatrix}, \tag{18.13}$$

где $\mathbf{J}=-\|\Omega_{ij}\|^{-1}$. Знак минус появился оттого, что в выражении для $\Omega^{\mathbf{a}}$ суммирование во внутренней скобке идет по первому индексу: это соответствует умножению вектора-столбца A на матрицу $\|\Omega_{ij}\|^*=-\|\Omega_{ij}\|$.

СКОБКА ПУАССОНА. Сейчас мы даем определение заново, и лишь позднее придем к прочтению этого термина в духе § 16. Обозначение будет тем же самым. Положим

$$(F,\ G)=\Omega(\overleftarrow{F},\ \overleftarrow{G}). \tag{18.14}$$

В силу (6) и (12)

$$(F,\ G)=\overleftarrow{G}(F), \tag{18.15}$$

так что в локальных координатах

$$(F,\ G)=\left(\frac{\partial F}{\partial z_1},\ \ldots,\ \frac{\partial F}{\partial z_{2n}}\right)J\begin{pmatrix}\dfrac{\partial G}{\partial z_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\partial G}{\partial z_{2n}}\end{pmatrix}. \tag{18.16}$$

Отсюда — матрица базисных скобок Пуассона:

$$J=\|(z_i,\ z_j)\|. \tag{18.17}$$

Очевидно, что скобка Пуассона здесь, как и в § 16, кососимметрична и линейна по каждому функциональному аргументу.

Теорема. *(а) Справедливо тождество Пуассона*

$$(F,\ (G,\ H))+(G,\ (H,\ F))+(H,\ (F,\ G))\equiv 0. \tag{18.18}$$

(б) Скобка Ли векторных полей $\overleftarrow{F}$, $\overleftarrow{G}$ *порождается скобкой Пуассона функций* F,G:

$$[\overleftarrow{F},\ \overleftarrow{G}]=\overleftarrow{(F,\ G)}. \tag{18.19}$$