2) полю $\overleftarrow{H}$ соответствует система дифференциальных уравнений

$$\begin{pmatrix} \frac{dz_1}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{dz_{2n}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -E_n \\ & \\ E_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial z_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial H}{\partial z_{2n}} \end{pmatrix} = I \frac{\partial H}{\partial z},$$

так что гамильтоновы векторные поля — это инвариантный объект, замещающий уравнения Гамильтона;

3) скобка Пуассона принимает обычный вид:

$$(F, G) = \frac{\partial F}{\partial z} \cdot I \frac{\partial G}{\partial z} = \sum \left(-\frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial G}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial G}{\partial p_i} \right).$$

То, что замкнутая форма Ω локально точна в канонических координатах видно непосредственно. В самом деле,

$$\Omega = -d \left(\sum_i p_i dq_i \right). \tag{19.3}$$

Форма $\omega = \Sigma p_i dq_i$ понадобится нам в следующем параграфе. Заметим, не вникая в подробности, что в случае классических натуральных механических систем она корректно определена глобально.

ПЛЮС ИЛИ МИНУС? В литературе по каноническому формализму полностью отсутствует единообразие выбора знаков в определениях основных объектов: скобки Пуассона, симплектической единицы, канонической 2-формы и т. д.

Дело в том, что по ряду причин следовало бы изменить знак функции Гамильтона. Поскольку это невозможно, каждому пишущему о гамильтоновом формализме приходится в одиночку бороться с появляющимися то там то здесь минусами.

В этих лекциях принят такой подход: импульсы важнее координат (реальный гамильтониан обязательно зависит от импульсов, но может не зависеть от координат), следовательно, импульсы обозначаются предшествующей буквой алфавита, пишутся первыми, рисуются по вертикали; время пишется последним, так как в реальных гамильтонианах появляется относительно редко. Итак,

$$H = H(p, q, t).$$

Уравнения Гамильтона

$$\begin{matrix} \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \\ \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \end{matrix} \Longleftrightarrow \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -E \\ E & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial p} \\ \frac{\partial H}{\partial q} \end{pmatrix},$$