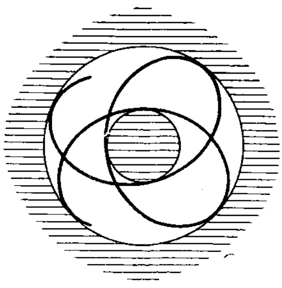
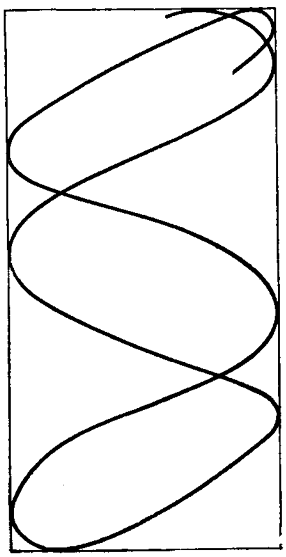


Рис. 47. Качественная иллюстрация ко многим интегрируемым задачам динамики, в частности: 1) типичные траектории в центральном поле сил (аналогичные, но внешне несколько иные варианты см. на рис. 52 и 62); 2) траектория сферического маятника в проекции на горизонтальную плоскость, если вся траектория лежит ниже экватора; 3) герполодии в представлении Пуансо (полодии см. на рис. 74)



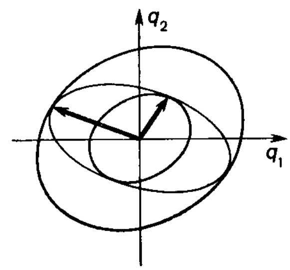


Рис. 48. Геометрический смысл нормальных колебаний: они направлены в точки касания эллипсоида $q \cdot Aq = 1$ (A — матрица коэффициентов кинетической энергии) с эллипсоидами из семейства $q \cdot Bq = \mathrm{const}$ (B — матрица Гесса потенциальной энергии). Изображен весьма часто встречающийся случай с двумя степенями свободы: в первом из нормальных колебаний обе определяющие координаты растут и убывают одновременно, во втором — изменяются в противоположные стороны

Рис. 49. Еще один образ, характерный для многих интегрируемых систем: 1) эскиз траектории бигармонического осциллятора ($\omega_1 \approx 3\omega_2$); 2) движение в окрестности положения равновесия в первом приближении, представленное в нормальных координатах; 3) типичная траектория лиувиллевой системы в двухпараметрической области возможности движения типа прямоугольника (только этот прямоугольник обычно бывает криволинейным, так что рисунок надо несколько деформировать)

Продолжение примечания с предыдущей страницы. Движение лиувиллевой системы (рис. 49) в проекции на каждую координатную ось имеет такой же колебательный характер, как движение в потенциальной яме (рис. 41). Таким образом, лиувиллева система сводится к двум системам с одной степенью свободы (но эти системы зависят, вообще говоря, от полной энергии исходной системы как от параметра, так что здесь нет такого тривиального распадения системы на одномерные, какое наблюдается при линеаризации после перехода к нормальным координатам; иначе говоря, лиувиллева система в общем случае не является «прямым произведением» одномерных). Наконец, представление Пуансо (см. рис. 66) тоже можно рассматривать как сведение случая Эйлера к (ненатуральной) гамильтоновой системе с одной степенью свободы (см. рис. 74).